

УДК 621.372.22

АНАЛИЗ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВЕРТИКАЛЬНО МЕЖДУ ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ БЕСКОНЕЧНЫМИ ЗАЗЕМЛЯЮЩИМИ ПЛАСТИНАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИБРИДНОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**¹Перич М.Т., ¹Ильич С.С., ¹Алексич С.Р., ¹Райцевич Н.В., ²Петров Р.В.,
²Татаренко А.С., ²Бичурин М.И.**

¹Университет Ниша, Ниш, Сербия, e-mail: mirjana.peric@elfak.ni.ac.rs;

²ФГБОУ ВПО «Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого», Великий Новгород, e-mail: Mirza.Bichurin@novsu.ru

Гибридный метод граничных элементов, разработанный на факультете электроники университета Ниша, может быть использован для анализа различных конфигураций СВЧ полосковых линий. С помощью этого метода достаточно просто определить эффективную диэлектрическую проницаемость и импеданс полосковой линии, расположенной вертикально между двумя параллельными бесконечными поверхностями. В статье дан анализ квази-ТЕМ моды. Было проведено сравнение значений волнового сопротивления, полученных при использовании гибридного метода граничных элементов со значениями, полученными методом конечных элементов. Отклонение в расчётах менее, чем на 0,55%, быстрая сходимость результатов и в несколько раз меньшее время вычислений в сравнении со временем, необходимым при использовании метода конечных элементов, делают этот метод очень эффективным в расчётах двумерных параметров полосковых линий. Все результаты представлены в табличном и графическом виде для различных параметров полосковой линии.

Ключевые слова: полосковая линия, метод эквивалентных электродов, гибридный метод граничных элементов

ANALYSIS OF STRIPLINE PLACED VERTICALLY BETWEEN TWO PARALLEL INFINITE GROUND PLANES USING HYBRID BOUNDARY ELEMENT METHOD

**¹Perich M.T., ¹Plich S.S., ¹Aleksich S.R., ¹Raicevich N.V., ²Petrov R.V.,
²Tatarenko A.S., ²Bichurin M.I.**

¹University of Nis, Nis, Serbia, e-mail: mirjana.peric@elfak.ni.ac.rs;

²Novgorod State University, Veliky Novgorod, e-mail: Mirza.Bichurin@novsu.ru

Different configurations of striplines can be analyzed using the hybrid boundary element method, developed at the Faculty of Electronic Engineering of Nis. Using this method the effective dielectric permittivity as well as the characteristic impedance of the stripline, placed vertically between two parallel infinite ground planes, are determined. The quasi TEM analysis is applied. Values of the characteristic impedance obtained by applying the hybrid boundary element method have been compared with the corresponding ones obtained by the finite element method. Deviation of results is less than 0,55%, fast convergence of the results and computation time is several times shorter on comparing to the time required by the finite element method. Obtained results make this method very efficient in the calculation of 2D stripline parameters. All data are presented in tables and graphically for different stripline parameters.

Keywords: stripline, equivalent electrodes method, hybrid boundary element method

Полосковая линия в технике сверхвысоких частот – это плоскостная линия, канализирующая электромагнитные волны в воздушной или иной диэлектрической среде вдоль двух или нескольких проводников, имеющих форму тонких полосок и пластин. Такая структура может быть проанализирована с помощью различных методов: метода конформного отображения [6], метода конечных элементов (МКЭ), метода прямых (МП) [2], метода быстрого преобразования Фурье [8], метода моментов (ММ) [9], метода эквивалентных электродов (МЭЭ) [5], метода интегрального уравнения, метода обобщённого анализа спектральной области и др. Определение параметров полосковой линии важно для её правильного применения в печатных платах, для копланарных линий передачи, многослойных печатных плат, полосковых антенн, делителей мощности, фильтров и т.д.

Целью данной статьи является анализ полосковой линии, расположенной вертикально между двумя параллельными заземлёнными поверхностями, используя гибридный метод граничных элементов (ГМГЭ) [4] с соответствующей проверкой точности расчётов. Этот метод является комбинацией МЭЭ [10] и метода граничных элементов (МГЭ). МЭЭ-метод имеет некоторое сходство с ММ-методом и был успешно использован для расчёта многослойных сред и экранированной щелевой линии. В общем случае применение МЭЭ-метода зависит от функции Грина для решаемой задачи. Метод основан на комбинации аналитического метода функции Грина в замкнутой форме и численного метода, упрощающего решение задачи. В некоторых случаях нахождение функции Грина в замкнутой форме может быть достаточно трудным или даже невозможным. Заметим, что МЭЭ-метод не

требует численного интегрирования. В ММ-методе численное интегрирование всегда присутствует. Это порождает некоторые проблемы в численном решении неэлементарных интегралов, имеющих единственную подинтегральную функцию.

Для того чтобы избежать численного интегрирования в МГЭ, можно использовать замену электродов произвольной формы на эквивалентные электроды (ЭЭ), и произвольной формы граничные поверхности между любыми двумя диэлектрическими слоями могут быть заменены дискретными эквивалентными общими зарядами на единицу длины, расположенными в пространстве. Для нахождения электрического скалярного потенциала зарядов, расположенных в свободном пространстве, можно использовать базовую функцию Грина. Это так называемый ГМГЭ-метод [4, 5, 10]. Метод основан на МЭЭ-методе и методе поточечного согласования (МПС) для потенциала идеальных электрически проводящих электродов и для нормальной компоненты электрического поля на граничной поверхности между двумя диэлектрическими слоями.

Для получения численных решений характеристик параметров полосковой ли-

нии, расположенной вертикально между двумя параллельными бесконечными заземлёнными поверхностями, была написана специальная компьютерная программа. Для анализа предполагалось, что в исследуемой полосковой линии распространяется квази-ТЕМ волна. Для того чтобы проверить точность разработанного метода, были представлены численные результаты для всех примеров и проведено сравнение с результатами, полученными с помощью МКЭ-метода [3].

Теоретический подход

Поперечный разрез полосковой линии в многослойном диэлектрике между двумя заземлёнными поверхностями показан на рис. 1. В соответствии с ГМГЭ-методом электрод произвольной формы может быть заменён эквивалентными электродами, и произвольной формы граничная поверхность между любыми двумя диэлектрическими слоями может быть заменена на дискретную эквивалентную обобщённую линию зарядов, расположенную в промежуточном пространстве (рис. 2).

Техника дискретизации схожа с техникой хорошо известного метода моментов.

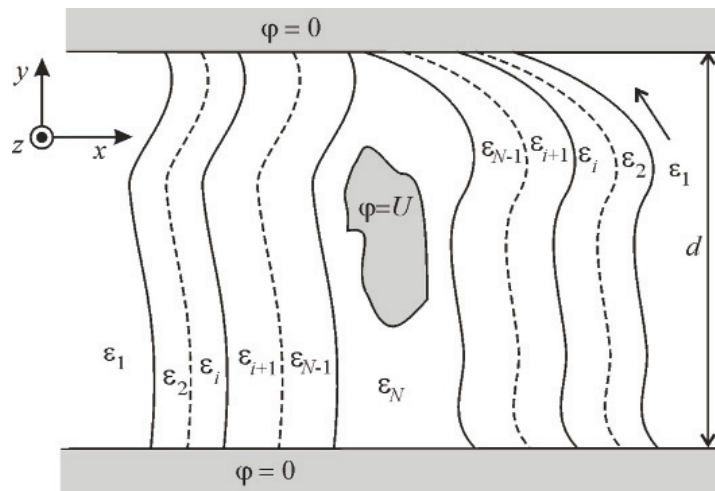


Рис. 1. Полосковая линия в многослойном диэлектрике

Поскольку свободных поверхностных зарядов не существует на границах раздела диэлектриков (свободные поверхностные заряды существуют только на полосковом проводнике (ПП), см. рис. 2), общие поверхностные заряды между диэлектриче-

скими слоями равны связанным поверхностным зарядам.

Функция Грина линейного заряда, расположенного на высоте h параллельно двум бесконечным параллельным заземлённым поверхностям, записывается [6]:

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{\frac{\cosh\left[\frac{\pi}{d}x\right] - \cos\left[\frac{\pi}{d}(y+h)\right]}{\cosh\left[\frac{\pi}{d}x\right] - \cos\left[\frac{\pi}{d}(y-h)\right]}}, \quad (1)$$

где d – расстояние между двумя поверхностями.

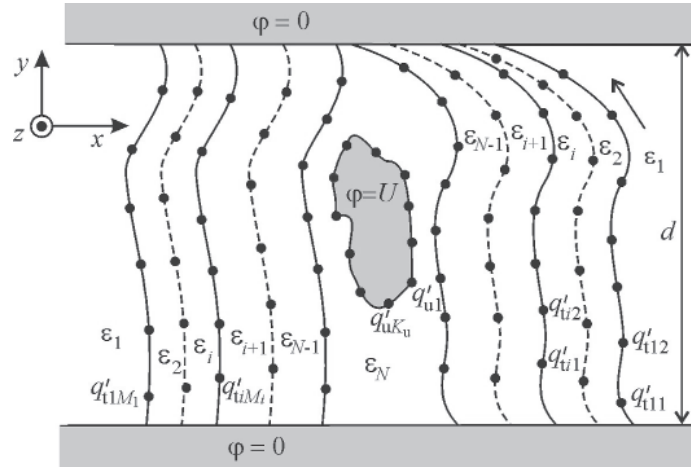


Рис. 2. Соответствующая ГМГЭ-методу модель

Используя эту функцию Грина, электрический скалярный потенциал для рассматриваемой системы на рис. 2 будет:

$$\begin{aligned} \phi = & \sum_{k=1}^{K_u} \frac{q'_{uk}}{2\pi\epsilon_N} \ln \sqrt{\frac{\cosh\left[\frac{\pi}{d}(x-x_{uk})\right] - \cos\left[\frac{\pi}{d}(y+y_{uk})\right]}{\cosh\left[\frac{\pi}{d}(x-x_{uk})\right] - \cos\left[\frac{\pi}{d}(y-y_{uk})\right]}} + \\ & + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{m=1}^{M_i} \frac{q'_{im}}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{\frac{\cosh\left[\frac{\pi}{d}(x-x_{tim})\right] - \cos\left[\frac{\pi}{d}(y+y_{tim})\right]}{\cosh\left[\frac{\pi}{d}(x-x_{tim})\right] - \cos\left[\frac{\pi}{d}(y-y_{tim})\right]}}, \quad N \geq 2 \end{aligned} \quad (2)$$

и электрическое поле $E = -grad(\phi)$, где M_i – число эквивалентных электродов на i -й границе поверхности между двумя слоями. В следующем примере общее число неизвестных N_{tot} запишем:

$$N_{tot} = K_u + \sum_{i=1}^{N-1} M_i.$$

Связи между нормальными компонентами электрического поля и общим поверхностным зарядом запишем как:

$$\begin{aligned} \hat{n}_{im} \cdot \mathbf{E}_{im}^{(0+)} &= \frac{-\epsilon_{i+1}}{\epsilon_0(\epsilon_i - \epsilon_{i+1})} \eta_{tim}; \\ \eta_{tim} &= \frac{q'_{im}}{\Delta l_{im}}, \quad m = 1, \dots, M_i, \quad i = 1, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (3)$$

где \hat{n}_{im} – единичный вектор нормали, ориентированный от слоя ϵ_{i+1} к слою ϵ_i .

Позиции соответствующих точек для потенциала ПП:

$$x_{un} = x_{uk} + \delta_{nk} a_{euk} \hat{n}_{uk} \cdot \hat{x};$$

$$y_{un} = y_{uk} + \delta_{nk} a_{euk} \hat{n}_{uk} \cdot \hat{y};$$

$n = 1, \dots, K_u$; $k = 1, \dots, K_u$ и $a_{euk} = \Delta l_{uk}/4$, где δ_{nk} – это дельта функция Кронекера.

$$\delta_{nk} = \begin{cases} 1, & n = k; \\ 0, & n \neq k, \end{cases} \quad (4)$$

где a_{euk} соответствующие ЭЭ радиусы.

Граничные поверхности соответствующих точек для нормальных компонент электрического поля на i -й граничной поверхности:

$$x_{tin} = x_{tim} + \delta_{nm} a_{eim} \hat{n}_{im} \cdot \hat{x}$$

и

$$y_{tin} = y_{tim} + \delta_{nm} a_{eim} \hat{n}_{im} \cdot \hat{y};$$

$i = 1, \dots, N-1$, $n = 1, \dots, M_i$ и $m = 1, \dots, M_i$, где $a_{eim} = \Delta l_{im}/\pi$ – это ЭЭ радиусы.

Наша цель – получить систему линейных уравнений с неизвестными свободными зарядами ПП и общими зарядами на единицу длины на граничных поверхностях между диэлектрическими слоями. Используя МПС для потенциала проводника согласно (2) и МПС для нормальной компоненты электрического поля (3), можно определить неизвестные заряды. После решения системы линейных уравнений рас-

считывается ёмкость на единицу длины по формуле:

$$C' = \sum_{k=1}^{K_u} \frac{q'_{uk}}{U} \quad (5)$$

Импеданс полосковой линии рассчитывается по формуле

$$Z_c = Z_{c0} / \sqrt{\epsilon_r^{eff}},$$

где $\epsilon_r^{eff} = C'/C'_0$ – эффективная диэлектрическая проницаемость, а Z_{c0} – это импеданс полосковой линии без диэлектрика (в свободном пространстве).

Для проверки полученных результатов расчёта величины импеданса был использован МКЭ-метод. Расхождение между расчётами по методам ГМГЭ и МКЭ определялось

$$\delta[\%] = \frac{|Z_c^{HBEM} - Z_c^{FEM}|}{Z_c^{FEM}} \cdot 100. \quad (6)$$

Численные результаты и обсуждение

На рис. 3 показано поперечное сечение полосковой линии передачи, при этом полосок расположен вертикально между двумя бесконечными заземлёнными поверхностями и смещён от центра. Рассчитаем эффективную диэлектрическую проницаемость и импеданс линии, применяя ГМГЭ-метод. Результаты вычислений и требуемое время расчёта представлены в табл. 1 для $\epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 1, s/d = 0,3, s_1/s = 0,3, h/d = 0,2, w/d = 0,4$ и $t/w = 0,1$. Достигнута очень хорошая сходимость результатов. Более того, максимальное время расчёта 170,5 с, соответствующее 1560 неизвестным, много меньше, чем 8 минут и несколько сотен тысяч конечных элементов,

требуемых МКЭ для расчёта такой же геометрии.

Таблица 1
Сходимость и время расчётов

N_{tot}	ϵ_r^{eff}	$Z_c[\Omega]$	$t(s)$
232	2,0721	65,254	6,0
342	2,0727	65,300	12,9
454	2,0730	65,327	22,9
564	2,0732	65,344	36,0
674	2,0733	65,355	51,1
786	2,0734	65,364	70,5
896	2,0734	65,371	91,2
1006	2,0735	65,376	117,2
1118	2,0735	65,381	141,7
1228	2,0736	65,385	170,5

Эквипотенциальные кривые и распределение поляризованных зарядов на единицу длины вдоль граничных поверхностей показано на рис. 4, 5 для параметров: $\epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 3, s/d = 0,3, s_1/s = 0,3, h/d = 0,2, w/d = 0,4$ и $t/w = 0,1$. Значения эффективной диэлектрической проницаемости и импеданса, рассчитанные с помощью методов ГМГЭ и МКЭ, а также результаты вычисления отклонений представлены в табл. 2 и 3.

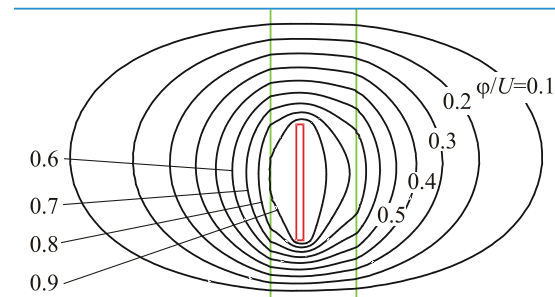


Рис. 3. Эквипотенциальные кривые

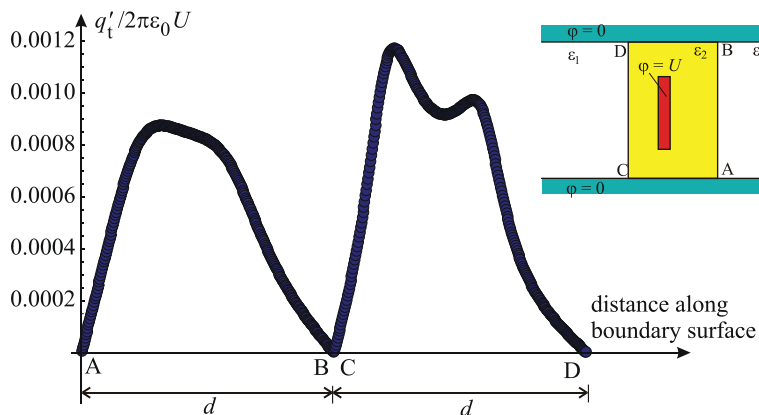


Рис. 4. Распределение поляризованных зарядов на единицу длины вдоль граничной поверхности

Таблица 2

Сравнение значений диэлектрической проницаемости и импеданса полосковой линии в зависимости от s_1/s и h/d для $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 3$, $s/d = 0,3$, $w/d = 0,4$ и $t/w = 0,05$

$\frac{s_1}{s}$	$\frac{h}{d}$	ГМГЭ		МКЭ	
		ϵ_r^{eff}	$Z_c[\Omega]$	ϵ_r^{eff}	$Z_c[\Omega]$
0,3	0,1	2,2257	56,885	2,2262	56,830
	0,2	2,0832	68,413	2,0836	68,347
	0,3	2,0451	71,784	2,0455	71,712
	0,4	2,0832	68,413	2,0836	68,347
	0,5	2,2257	56,885	2,2262	56,830
0,4	0,1	2,2574	56,485	2,2578	56,432
	0,2	2,1081	68,007	2,1086	67,943
	0,3	2,0678	71,389	2,0682	71,315
	0,4	2,1081	68,007	2,1086	67,943
	0,5	2,2574	56,485	2,2578	56,432
0,5	0,1	2,2618	56,429	2,2623	56,376
	0,2	2,1117	67,949	2,1122	67,882
	0,3	2,0710	71,333	2,0715	71,263
	0,4	2,1117	67,949	2,1122	67,882
	0,5	2,2618	56,429	2,2623	56,376

Таблица 3

Сравнение значений диэлектрической проницаемости и импеданса полосковой линии в зависимости от w/d для $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 3$, $s/d = 0,5$, $s_1/s = 0,5$, $h/d = 0,2$ и $t/w = 0,05$

$\frac{w}{d}$	ГМГЭ		МКЭ		$\delta[\%]$
	ϵ_r^{eff}	$Z_c[\Omega]$	ϵ_r^{eff}	$Z_c[\Omega]$	
0,1	2,4347	106,735	2,4349	106,590	0,14
0,2	2,2754	87,673	2,2758	87,578	0,11
0,3	2,1744	76,550	2,1748	76,472	0,10
0,4	2,1117	67,949	2,1122	67,882	0,10
0,5	2,0814	60,099	2,0818	60,043	0,09
0,6	2,0902	51,821	2,0907	51,774	0,09
0,7	2,1758	41,243	2,1761	41,208	0,08

Полученные ГМГЭ-методом значения достаточно близки к тем, что получены МКЭ-методом. Наибольшее отклонение здесь всего 0,14 %.

Табл. 2 показывает, что при увеличении параметра h/d импеданс сначала увеличивается, а затем уменьшается. Наибольшее значение импеданса достигается в случае, когда центральный проводник полосковой линии расположен по центру между обкладками полосковой линии.

Закключение

ГМГЭ-метод применим для двумерного анализа полосковой линии. Рассчитывались два квазистатических параметра полосковой линии: эффективная диэлектрическая проницаемость и импеданс. Результаты расчётов сравнивались с ре-

зультатами, полученными МКЭ. Получено хорошее соответствие в результатах вычислений: наибольшее отклонение в расчётах импеданса не превышало 0,55 %. Применение ГМГЭ очень эффективно и просто для двумерного анализа полосковых линий. Метод может быть успешно применён для случая произвольного числа проводников и произвольного числа диэлектрических слоёв. Метод позволяет проанализировать большое разнообразие очень сложных двумерных и трёхмерных задач, связанных с симметричной и несимметричной полосковыми линиями. Данную методику расчёта можно использовать при расчёте линии передачи с неоднородным или магнитоэлектрическим заполнением [1] и в дальнейшем применить для расчёта сложных СВЧ-устройств.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Сербии в рамках проекта TR 33008 и в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Список литературы/References

1. Electrodynamic analysis of strip line on magnetoelectric substrate M.I. Bichurin, R.V. Petrov, V.M. Petrov, F.I. Bukashev, A.Yu. Smirnov // Proc. of IV Conf. On Magnetoelectric International Phenomena In Crystals (MEIPIC-4), *Ferroelectrics*, 2002, Vol. 280, p. 203.
2. Chen H.H. Finite-Element Method Coupled with Method of Lines for the Analysis of Planar or Quasi-Planar Transmission Lines, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 51, no. 3, pp. 848–855, Mar. 2003.
3. Meeker D. FEMM 4.2, Available: <http://www.femm.info/wiki/Download>
4. Raicevic N.B., Aleksic S.R. and Ilic S.S. A hybrid boundary element method for multilayer electrostatic and magnetostatic problems,” *J. Electromagnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 507–524, 2010.
5. Raičević N.B., Ilić S.S. One Hybrid Method Application on Anisotropic Strip Lines Determination, *23rd Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics – ACES*, Verona, Italy, pp. 8–13, 2007.
6. Rawal S. and Jackson D.R. An exact TEM calculation of loss in a stripline of arbitrary dimension, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-39, no. 4, pp. 694–699, April 1991.
7. Ilić S.S., Slavoljub R. Aleksić, and Nebojša B. Raičević, TEM Analysis of Vertical Broadside Symmetrically Coupled Strip Lines with Anisotropic Substrate, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, IOS Press, vol. 37, no. 2–3, pp. 207–214, 2011.
8. Su K-Y., Kuo J-T. An Efficient Analysis of Shielded Single and Multiple Coupled Microstrip Lines with Nonuniform Fast Fourier Transform (NUFFT) Technique, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 52, no. 1, pp. 90–96, Jan. 2004.
9. Tong M. Full-wave Analysis of Coupled Lossy Transmission Lines using Multiwavelet-Based Method of Moments, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 53, no. 7, pp. 2362–2370, July 2005.
10. Veličković D.M. Equivalent electrodes method: *Scientific Review*, no. 21–22, pp. 207–248, 1996.

Рецензенты:

Захаров А.Ю., д.ф.-м.н., профессор, заведующий секцией кафедры общей и экспериментальной физики ИЭИС НовГУ, г. Великий Новгород;

Корнышев Н.П., д.т.н., доцент, ведущий научный сотрудник НИИ ПТ «РАСТР», г. Великий Новгород.

Работа поступила в редакцию 21.12.2012.