

УДК 634\*378.33

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗГОНА ЛИНЕЕК ИЗ ПЛОСКИХ СПЛОТОЧНЫХ ЕДИНИЦ

Штаборов Д.А., Барабанов В.А.

ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»,  
Архангельск, e-mail: agtusplav@mail.ru

Исследование инерционных характеристик движения леек из плоских сплочных единиц (ПСЕ) в различных режимах (в частности в период разгона) необходимо для правильного выбора средств буксировки и перестановки леек из ПСЕ, конструкций плотостоянок и их крепления, а также для более эффективного выполнения технологических и транспортных расчетов движения леек из ПСЕ. В статье использовано математическое описание процесса разгона леек из ПСЕ в виде уравнения регрессии. Составлен полный факторный план первого порядка с четырьмя переменными для определения приведенного гидродинамического сопротивления. Представлено уравнение регрессии при четырехфакторном эксперименте. Выполнена оценка воспроизводимости опытов, оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии. Получена регрессионная модель с натуральными обозначениями факторов. Выполнен анализ полученной математической модели. Определена относительная погрешность вычисления времени и пути разгона моделей леек из ПСЕ.

**Ключевые слова:** плоская сплочная единица, путь разгона, время разгона, приведенное гидродинамическое сопротивление, полный факторный план, уравнение регрессии

## MATHEMATIC MODEL OF FLAT RAFT SECTION LINES ACCELERATION

Shtaborov D.A., Barabanov V.A.

Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk,  
e-mail: agtusplav@mail.ru

Research of inertial characteristics of flat raft section lines (FRSL) motion in variant modes (specifically – in the acceleration phase) is essential for the correct choice of means for towing/shifting of the FRSL. Inertial characteristics are significant to designing of the raft storage facilities and their mooring, also – to accuracy of the technological and transport calculations applying to FRSL. The mathematical description of an acceleration process of FRSL as a regression equation has been worked out. The complete first-order factorial design comprising four variables has been formed for determination of unit hydraulic resistance. Regression model containing natural value of factors was derived and analyzed. Repeatability of measurements and significance of equation coefficients were evaluated. Ratio error of acceleration durance/distance computation for scaled-down models of FRSL has been characterized.

**Keywords:** flat raft section, distance of acceleration, acceleration durance, unit hydraulic resistance, complete factorial design, regression equation

Совершенствование транспортных качеств леек из плоских сплочных единиц (ПСЕ) для их применения на малых и средних извилистых реках представляет интерес при технологических расчетах переместительных операций.

Целью представленной работы является получение инерционных характеристик и математической модели процесса неравномерного движения леек из ПСЕ.

В настоящее время широко распространено использование математических методов планирования экспериментальных исследований на основе полных фактор-

ных планов. В данной теории используется математическое описание исследуемого процесса или объекта в виде уравнения регрессии, которое предоставляет широкие возможности по анализу изучаемого процесса или объекта и степени влияния на него каждого фактора.

Преобразовав выражения для определения времени и пути разгона плота постоянной силой в неподвижной жидкости при начальных значениях скорости  $v = 0$  и времени  $t = 0$  [3], получаем зависимость для определения времени и пути разгона леек из ПСЕ согласно методике [5] вида:

$$t_p = \frac{M_d}{2\sqrt{rF_p}} (1 + n_1) \left( \ln \left| \frac{\sqrt{F_p} + \sqrt{r} \cdot v}{\sqrt{F_p} - \sqrt{r} \cdot v} \right| + n_2 \ln \frac{F_p}{F_p - rv^2} \right); \quad (1)$$

$$S_p = \frac{M_d}{r} \left[ \frac{1 + n_1}{2} \ln \frac{F_p}{F_p - rv^2} + n_2 \sqrt{\frac{r}{F_p}} \left( v + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r}{F_p}} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{F_p}{r}} + v}{\sqrt{\frac{F_p}{r}} - v} \right| \right) \right]; \quad (2)$$

где  $M_{\text{д}}$  – масса древесины модели линейки из ПСЕ;  $r$  – приведенное гидродинамическое сопротивление воды движению модели линейки из ПСЕ;  $F_{\text{р}}$  – усилие разгона модели линейки из ПСЕ;  $n_1, n_2$  – параметры эмпирической формулы, которые были получены для определения коэффициента нестационарности  $n$  [1, 2, 3], определяемые по зависимостям:

$$n_1 = 0,17k - 0,08; \quad n_2 = 0,16k + 0,94,$$

где  $k$  – параметр, зависящий от характеристик линейки из ПСЕ, определяемый по зависимости:

$$k = \frac{B_{\text{м}}}{\sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{д}}}{\rho} L_{\text{м}} B_{\text{м}} T_{\text{м}}}},$$

где  $L_{\text{м}}$  – длина модели;  $B_{\text{м}}$  – ширина модели;  $T_{\text{м}}$  – осадка модели;  $\rho, \rho_{\text{д}}$  – плотность воды и древесины соответственно;  $v$  – скорость модели, равная  $v = 0,95v_{\text{рм}}$  [3].

Основными факторами, влияющими на величину гидродинамического сопротив-

$$r = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4, \quad (4)$$

где  $x_1, x_2, x_3, x_4$  – входные факторы, соответственно длина, ширина, осадка модели и интервал между плитками ПСЕ в линейке в условном масштабе;  $b_0$  – свободный член;  $b_1, b_2, b_3, b_4$  – коэффициенты при линейных членах;  $b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{23}, b_{24}, b_{34}$  – коэффициенты, характеризующие парное взаимодействие;  $b_{123}, b_{124}, b_{234}, b_{134}$  – коэффициенты, учитывающие взаимодействие трех членов;  $b_{1234}$  – коэффициенты, учитывающие взаимодействие четырех членов.

В планах первого порядка каждый фактор варьируется на двух уровнях, то есть принимает в каждом опыте одно из двух значений: наименьшее или наибольшее. Нижний уровень факторов в условном масштабе обозначается  $-1$ , верхний  $+1$ .

$$r = 4,587 + 0,8979x_1 + 0,6349x_2 + 2,3761x_3 + 0,3868x_4 + 0,163x_1x_2 + 0,2575x_1x_3 + 0,2099x_1x_4 + 0,2388x_2x_3 + 0,1226x_2x_4 + 0,1814x_3x_4 + 0,0059x_1x_2x_3 - 0,0425x_1x_2x_4 + 0,101x_2x_3x_4 + 0,038x_1x_3x_4 - 0,0421x_1x_2x_3x_4. \quad (5)$$

С целью выяснения точности постановки экспериментов выполнена оценка воспроизводимости опытов по критерию Кохрена. Значение расчетного критерия Кохрена  $G_{\text{расч}} = 0,192$ . По таблицам [7] определена величина табличного значения числа Кохрена  $G_{\text{табл}} = 0,232$ . Так как  $G_{\text{расч}} < G_{\text{табл}}$ , то можно говорить об однородности диспер-

ления воды  $R$  движению модели линейки из ПСЕ, являются ее габаритные размеры и интервал между ПСЕ в линейке, а также скорость движения модели. Зависимость величины гидродинамического сопротивления воды  $R$  движению модели линейки из ПСЕ имеет вид [6]:

$$R = rv^2. \quad (3)$$

В зависимости (3) величина гидродинамического сопротивления воды  $R$  при постоянной скорости для каждой модели является функцией приведенного гидродинамического сопротивления, для определения которого составлен полный факторный план первого порядка с четырьмя переменными. Величина  $r$  в уравнении регрессии  $r = f(L_{\text{м}}, B_{\text{м}}, T_{\text{м}}, c)$  принята за выходной параметр. Входными параметрами являются:  $X_1$  – длина модели;  $X_2$  – ширина модели;  $X_3$  – осадка модели;  $X_4$  – интервал между ПСЕ в модели.

Уравнение регрессии при четырехфакторном эксперименте имеет вид зависимости:

Необходимое и достаточное количество опытов  $N$  в эксперименте было определено по формуле [4]

$$N = 2^m = 2^4 = 16,$$

где  $m$  – число факторов.

Размеры моделей и сочетание факторов для расчетной матрицы приведено в таблице.

Коэффициенты уравнения регрессии (4) рассчитаны по зависимости [4]:

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{i,j} \cdot r_j}{N}.$$

Уравнение регрессии (4) после расчетов коэффициентов имеет вид:

сий опытов, то есть все ошибки примерно одного порядка и допустимой величины.

Уравнение регрессии (4) имеет 16 коэффициентов  $b_i$ . В каждом конкретном случае значимость этих коэффициентов и их влияние на выходной параметр  $r$  могут быть различными. Оценка значимости позволяет выявить так называемые незначимые коэф-

фициенты, то есть те, которые в уравнении регрессии можно приравнять к нулю, так как значения этих коэффициентов соизмеримы с ошибкой определения  $b_i$ . Оценка значимости была проведена с помощью критерия Стьюдента –  $t_{табл}$  [4, 7]. Для каждого коэффициента регрессии  $b_i$  было вычислено экспериментальное значение  $t_{расч}$ .

По таблицам [7] для уровня значимости  $q = 0,05$  определена величина табличного значения критерия Стьюдента  $t_{табл} = 2$ . Проверено условие  $t_{расч} < t_{табл}$  для всех коэффициентов регрессии  $b_i$ , не выполняется, следовательно, незначимых коэффициентов в уравнении регрессии, описывающем математическую модель эксперимента, нет.

Сочетание факторов

Номер опыта	Длина модели, м		Ширина модели, м		Осадка модели, м		Интервал между ПСЕ в модели, м	
	$X_1$	$x_1$	$X_2$	$x_2$	$X_3$	$x_3$	$X_4$	$x_4$
1	0,65	-1	0,225	-1	0,0096	-1	0	-1
2	2,2	1	0,225	-1	0,0096	-1	0	-1
3	0,65	-1	0,325	1	0,0096	-1	0	-1
4	2,2	1	0,325	1	0,0096	-1	0	-1
5	0,65	-1	0,225	-1	0,052	1	0	-1
6	2,2	1	0,225	-1	0,052	1	0	-1
7	0,65	-1	0,325	1	0,052	1	0	-1
8	2,2	1	0,325	1	0,052	1	0	-1
9	0,65	-1	0,225	-1	0,0096	-1	0,05	1
10	2,2	1	0,225	-1	0,0096	-1	0,05	1
11	0,65	-1	0,325	1	0,0096	-1	0,05	1
12	2,2	1	0,325	1	0,0096	-1	0,05	1
13	0,65	-1	0,225	-1	0,052	1	0,05	1
14	2,2	1	0,225	-1	0,052	1	0,05	1
15	0,65	-1	0,325	1	0,052	1	0,05	1
16	2,2	1	0,325	1	0,052	1	0,05	1

Далее была получена регрессионная модель с натуральными обозначениями факторов. При проведении экспериментов уровни варьирования факторов заданы в условном масштабе  $x$ . Значения  $x$  через  $X$  определены по формулам [4]:

$$x = \frac{X - X_0}{\Delta X}; \tag{6}$$

$$r = -0,0107 - 0,4872X_1 + 1,2498X_2 + 71,6485X_3 + 6,4244X_4 + 3,5036X_1X_2 - 2,7085X_1X_3 + 2,6725X_1X_4 + 46,6905X_2X_3 - 46,8032X_2X_4 - 1641,6X_3X_4 + 58,4297X_1X_2X_3 + 19,3112X_1X_2X_4 + 6734,52X_2X_3X_4 + 656,64X_1X_3X_4 + 2051,37X_1X_2X_3X_4. \tag{9}$$

С помощью зависимости (9) можно получить величину приведенного гидродинамического сопротивления воды  $r$  движению моделей линеек из ПСЕ. При подстановке входных факторов в натуральном масштабе измерения

$$X_0 = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}; \tag{7}$$

$$\Delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}. \tag{8}$$

После подстановки формул (6), (7), (8) в уравнение регрессии (5) и несложных преобразований была получена зависимость:

в интервалах варьирования, указанных в таблице.

Анализ полученной математической модели лучше всего проводить, пользуясь уравнением регрессии в нормализованных обозначениях факторов:

$$r = -0,0107 - 0,4872L + 1,2498B + 71,6485T + 6,4244c + 3,5036LB - 2,7085LT + 2,6725Lc + 46,6905BT - 46,8032Bc - 1641,6Tc + 58,4297LBT + 19,3112LBc + 6734,52BTc + 656,64LTc + 2051,37LBTc,$$

где  $L$ ,  $B$ ,  $T$  – длина, ширина и осадка линейки из ПСЕ;  $c$  – интервал между ПСЕ в линейке.

Важную информацию несут знаки коэффициентов регрессии, если линейный коэффициент регрессии положителен, то выходная величина возрастает с увеличением соответствующего фактора и убывает при его уменьшении. Также можно оценить относительную степень влияния варьируемых факторов на изменение выходной величины (относительную важность факторов). Чем больше величина  $t_{расч}$ , тем сильнее влияние соответствующего фактора на изменение выходной величины. Таким образом, на приведенное сопротивление воды  $r$  движению модели линейки из ПСЕ оказывают

наибольшее влияние длина  $L$  и осадка  $T$ , наименьшее влияние оказывает интервал  $c$ .

Уравнение регрессии позволяет предсказать значение выходной величины для любой точки внутри области варьирования факторов. С его помощью можно строить графики зависимости выходной величины от любого фактора при фиксированных значениях остальных факторов.

Выполнены расчеты времени разгона  $t_p$  (1) и пути разгона  $S_p$  (2). Для модели линейки длиной модели – 0,65 м, шириной – 0,325 м, осадкой – 0,052 м, интервалом между ПСЕ – 0 м, состоящей из двух пятирядных ПСЕ время разгона составило  $c$ , при этом путь разгона равен  $S_p = 1,7$  мм. Модель линейки представлена на рисунке.



Модель линейки из двух пятирядных ПСЕ

Относительная погрешность вычисления времени разгона  $t_p$  колеблется в интервале 0,002–4,68%, а для пути разгона  $S_p$  колеблется в интервале 0,042–4,79%.

В заключение отметим, что приведенная математическая модель определения времени и пути разгона справедлива для линеек из ПСЕ длиной 13–44 м, шириной 4,5–6 м, осадкой 0,2–1 м и коэффициентом полндревесности 0,42–0,49 при буксировке по малым и средним извилистым рекам с недостаточными глубинами.

#### Список литературы

1. Войткунский Я.И. Сопротивление воды движению судов. – Л.: Судостроение, 1964. – 412 с.
2. Митрофанов А.А. О точности расчета инерционных характеристик плотов по разным методикам // Изв. вузов. Лесн. журн. – 2005. – № 6. – С. 48–56. – (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Митрофанов А.А. Лесосплав. Новые технологии, научное и техническое обеспечение: монография. – Архангельск: изд-во АГТУ, 2007. – 492 с.: ил.
4. Митрофанов А.А., Камусин А.А. Моделирование и оптимизация процессов лесопромышленных производств: учебное пособие. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 2003. – 118 с.:ил.
5. Перфильев П.Н. Проблемы лесосплава и методика исследований гидродинамических и инерционных характеристик линеек из плоских сплотовых единиц / П.Н. Перфильев, Д.А. Штаборов // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России. Материалы IV всероссийской научн.-техн. конф. – Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2008. – Ч.2. – С. 46–49.
6. Перфильев П.Н. Обоснование гидродинамических характеристик и технологических параметров линеек из плоских сплотовых единиц: дис. ... канд. техн. наук. – Архангельск, 2009. – 129 с.
7. Пижурин А.А., Розенблит М.С. Исследования процессов деревообработки. – М.: Лесн. пром-сть, 1984. – 232 с.:ил.

#### References

1. Voitkunskiy Ya.I. *Soprotivleniye vody dvizheniyu sudov* [Resistance of aquatic medium to motion of vessels]. Leningrad, Shipbuilding, 1964. 412 p.
2. Mitrofanov A.A. *O tochnosti rascheta inertsiyonnykh kharakteristik plotov po raznym metodikam* – *Izvestiya vuzov. Lesnoy zhurnal*, 2005, no 5, pp. 48–56.
3. Mitrofanov A.A. *Lesospлав. Novye tekhnologii, nauchnoye i tekhnicheskoye obespecheniye: monografiya* [Timber floating. New technologies, scientific and technical provisions: Monograph]. Arkhangelsk, AGTU Publ., 2007. 482 p.
4. Mitrofanov A.A., Kamusin A.A. *Modelirovaniye i optimizatsiya protsessov lesopromyshlennykh proizvodstv: Uchebnoye posobiye* [ Modeling and optimization of the timber processing industries: Teaching aid]. Arkhangelsk, AGTU Publ., 2003. 118 p.
5. Perfiljev P.N., Shtaborov D.A. *Problemy lesospлава i metodika issledovaniy gidrodinamicheskikh i inertsiyonnykh kharakteristik lineyek iz ploskikh splotovykh yedinit* / *Nauchnoye tvorchestvo molodyezhi – lesnomu kompleksu Rossii. Materialy IV vsrossiyskoy nauchn.-tekhn.konf.* (Proc. IV All-Russia Scientific-technical Conf. «Scientific work of the youth – for the forest complex of Russia»). Yekaterinburg, UGLTU Publ., 2008, p. 2, p. 46–49.
6. Perfiljev P.N. *Obosnovaniye gidrodinamicheskikh kharakteristik i tekhnologicheskikh parametrov lineyek iz ploskikh splotovykh yedinit*: Master's thesis. Arkhangelsk, 2009. 129 p.
7. Pizhurin A.A., Rosenblit M.S. *Issledovaniya protsessov derevoobrabotki* [Woodworking processes study], Moscow, Forest industry, 1984. 232 p.

#### Рецензенты:

Копейкин А.М., д.т.н., профессор кафедры лесопильно-строгальных производств Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск;  
 Мясищев Д.Г., д.т.н., профессор кафедры транспортных машин Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск;  
 Кирьянов Б.Ф., д.т.н., профессор кафедры прикладной математики и информатики, ФГБОУ ВПО «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», г. Великий Новгород.  
 Работа поступила в редакцию 21.12.2012.