УДК 532.529+629

ИСТОРИЯ ИЗУЧЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОГО ОТРАЖЕНИЯ СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ ОТ ОСИ СИММЕТРИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ОБРАЗОВАНИЕМ ДИСКА МАХА

[1]Усков В.Н., [2]Булат П.В., [3]Продан Н.В.

[1]Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова;
[2]ООО НОЦ «Динамика»;
[3]ООО Проблемная лаборатория «Турбомашины», Санкт-Петербург, e-mail: kolinti@mail.ru

Сверхзвуковая струя имеет периодическую структуру, состоящую из повторяющихся ячеек бочкообразной формы. Если нерасчетность струи, которая определяется как отношение давления на срезе сверхзвукового сопла к давлению в окружающей среде, существенно отличается от единицы, то в ударно-волновой структуре струи становятся хорошо заметны прямые скачки уплотнения, получившие названия дисков Маха. Диск Маха имеет существенные размеры только в первой бочке струи и иногда во второй. Однако его присутствие сильно влияет на геометрию струи вниз по течению. Неудачи в построении методик расчета струй, как правило, в значительной мере связаны с неумением находить положение диска Маха. С другой стороны, течение в окрестности диска Маха отличается большими градиентами давления, сильным вязко-невязким взаимодействием. В струях ракетных двигателей в областях за дисками Маха происходят реакции горения и диссоциации, что приводит к значительному росту температуры, давления и лучистого потока. Несмотря на практическую важность задачи, законченная теория образования диска Маха в сверхзвуковой струе до сих пор отсутствует. Ниже излагаются необходимые сведения о тройных конфигурациях ударных волн, приводится описание модели «стационарной маховской конфигурации», а также обоснование ее применения к задаче расчета диска Маха в сверхзвуковой струе идеального газа.

Ключевые слова: диск Маха, ножка Маха, регулярное отражение скачка, нерегулярное отражение скачка, стационарная маховская конфигурация, тройная конфигурация ударных волн, тройная точка

HISTORY OF STUDY OF THE IRREGULAR REFLECTION SHOCK WAVE FROM THE SYMMETRY AXIS WITH A SUPERSONIC JET MACH DISK

[1]Uskov V.N., [2]Bulat P.V., [3]Prodan N.V.

[1]Baltiysky State Technical University «voenmekh» n.a. D.F. Ustinov;
[2]SEC «Dynamics» ltd;
[3]Problem Laboratory «Turbomachine» ltd, St.-Petersburg, e-mail: kolinti@mail.ru

Supersonic jet has a periodic structure consisting of repeating cells barrel-shaped. If the nonisobaric jet, which is defined as the ratio of pressure at the nozzle of a supersonic nozzle to the pressure in the environment is significantly different from unity, the shock-wave structure of the jet are clearly visible direct shocks, which are referred to the Mach disk. Mach disk has significant dimensions only in the first barrel of jet and sometimes in the second. However, its presence strongly influences the geometry of the jet downstream. Failures in the construction methods of calculation of the jets, as a rule, largely related to the inability to locate the position of the Mach disk. On the other hand, the flow in the vicinity of the Mach disk is large pressure gradients, viscous-inviscid strong interaction. In the jets of rocket engines in the areas of the Mach disk occurs and dissociation of the combustion reaction, which leads to a significant increase in temperature, pressure and radiation flux. Despite the practical importance of the task complete theory of the formation of Mach disk in the supersonic jet is still missing. The following are the necessary information about the triple configurations of shock waves, describes the model of «stationary Mach configuration» as well as justification for its application to the problem of calculating the Mach disk in the supersonic jet of an ideal gas.

Keywords: disk Mach, Mach stem, the regular reflection of shock, irregular reflection of shock, a stationary Mach configuration, triple configuration of shock waves, the triple point

Сверхзвуковая струя (рис. 1) в общем случае истечения из сопла летательного аппарата, движущегося с некоторой скоростью, представляет собой совокупность скачков уплотнения, поверхностей тангенциальных разрывов скорости и областей гладкого течения. Наличие донного разрежения в области 1, волн сжатия 3, 7, возникающих в результате взаимодействия струи со сверхзвуковым спутным потоком 2, слоев смешения 4, 9,10, образующихся на тангенциальных разрывах, приводят к формированию сложной ударно-волновой структуры (УВС) струи. Она состоит из волн разрежения 4, 6 и скачков уплотнения. Падающий скачок 5 отражается от оси всегда с образованием тройной конфигурации ударных волн или, как еще говорят, тройной точки. Прямой скачок уплотнения в тройной точке называется диском Маха или маховским диском, а скачок 8 отраженным.

Необходимо отметить, что при приближении падающего скачка к оси симметрии его кривизна K_σ стремится к бесконечности, т.к. $K_\sigma \sim y^{-1}$, поэтому всегда создаются условия образования маховского диска в нерасчетной струе. Этот факт соответствует известному из работ Мель-

никова Д.А. (1962) [4] положению о невозможности регулярного отражения скачка уплотнения от оси симметрии, на которое указывают и *условия динамической совместности* (УДС) *на скачках уплотнения* [5]. На оси симметрии должны выполняться условия равенства нулю угла наклона вектора скорости и кривизны линии тока за отраженным скачком, но при $y = 0$ это невозможно.

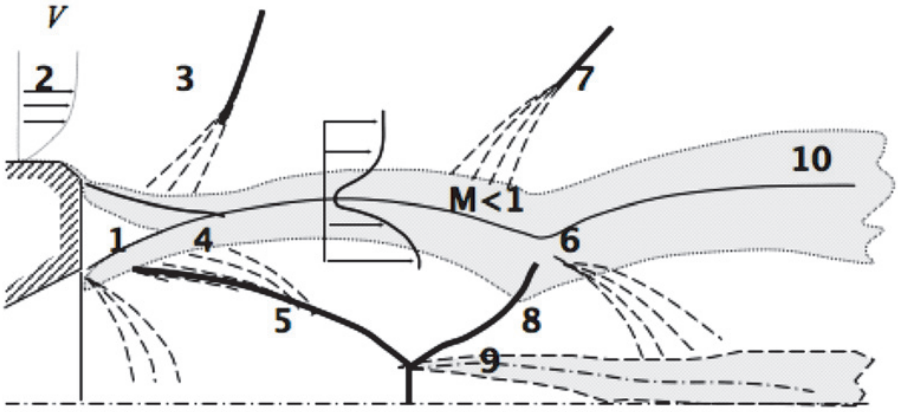

Рис. 1. Обтекание донной части летательного аппарата сверхзвуковым потоком: 1 – донная область; 2 – спутный поток; 3 – хвостовой скачок; 4 – разделительная линия тока; 5 – висячий скачок; 6 – дозвуковая область слоя смешения; 7 – волны сжатия и замыкающий скачок; 8 – отраженный скачок; 9 – область смешения за диском Маха; 10 – слой смешения на границе струи

Модели образования диска Маха – история изучения

Остановимся более подробно на вопросе о положении маховского диска в струе. Диск Маха имеет заметные размеры только в первой бочке и иногда во второй. Однако его присутствие сильно влияет на геометрию струи вниз по течению.

Неудачи в построении методик расчета струй, как правило, в значительной мере связаны с неумением находить положение диска Маха. Подробный анализ данного вопроса выполнен в [1], где обсуждаются различные имеющиеся в литературе гипотезы перехода от регулярного отражения скачка уплотнения от оси к нерегулярному (маховскому). Наиболее известные из них это, так называемая, процедура Аббета [7], часто упоминавшееся в известных работах Дэша [8–14], посвященных построению методики расчета факела двигателя твердотопливной тактической ракеты, а также различные предположения о величине давления за отраженным скачком в тройной точке. Последние мы рассматривать не будем, т.к. сегодня уже известно, что они не применимы в общем случае.

Процедура Аббета устанавливает некоторую аналогию между диском Маха в струе и пусковой ударной волной (ПУВ), возникающей при запуске сопла Лаваля. Первоначально предполагалось, что в минимальном сечении течения за диском Маха давление равно атмосферному. Позднее выяснилось, что это предположение приблизительно выполняется только в сильно недорасширенных струях, у которых сразу за первой бочкой начинается турбулентный участок. В малонерасчетных струях гипотеза Аббета приводит к слишком большим погрешностям.

Гипотезу Аббета модернизировал Дэш [10], предположив, что в критическом сечении за диском Маха выполняется условие «горла течения», т.е. скорость течения становится равной местной скорости звука. Если задавать на падающем скачке положение тройной точки, то тем самым определяются начальные условия для расчета течения, ограниченного диском Маха и тангенциальным разрывом. Считая это течение одномерным, можно выполнить расчет также, как в сопле Лаваля. Если в результате расчета в минимальном сечении течения за диском Маха скорость равна местной скорости звука, то в процедуре Аббета-Дэша считается, что положение диска Маха в струе выбрано верно.

Среди других моделей хорошо подтверждается экспериментально описанный в [3] критерий, согласно которому образование диска Маха происходит при достижении интенсивности падающего скачка значения $J = J_0$, соответствующего *стационарной маховской конфигурации* (СМК) [5]. Такие конфигурации ударных волн подробно изучались в связи с задачей об отражении скачка уплотнения от твердой стенки [5, 6, 15]. *Косвенным обоснованием критерия* J_0 *служит решение задачи первого порядка*

о тройных конфигурациях ударных волн (скачков). Если в каждой точке висячего (падающего на ось симметрии) скачка производить формальный расчет тройной конфигурации ударных волн, то при интенсивностях $J < J_0$ исходящий тангенциальный разрыв τ имеет положительную кривизну. В точке скачка, где $J = J_0$, кривизна τ становится отрицательной, что соответствует сложившимся эмпирическим представлениям о форме тангенциального разрыва.

Краткие сведения из теории тройных конфигураций скачков

Тройной конфигурацией (ТК) ударных волн (скачков) называют ударно-волновую структуру, состоящую из пересекающихся на некоторой линии трех фронтов скачков уплотнения σ и поверхности тангенциального разрыва τ, исходящего из этой линии (рис. 2), σ_1 называется приходящим скачком, σ_2 – исходящим, σ_c – главным скачком уплотнения.

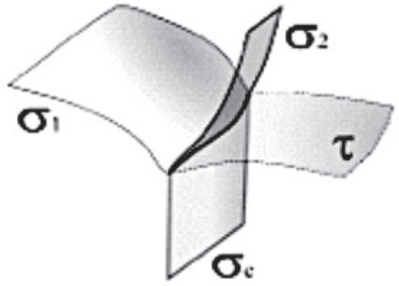

Рис. 2. Тройная конфигурация ударных волн

Тройные конфигурации встречаются при нерегулярном отражении скачка от твердой поверхности и от оси симметрии в осесимметричных течениях, в некоторых задачах о взаимодействии встречных скачков, а также при взаимодействии догоняющих скачков. Впервые понятие о ТК было введено в задаче о набегании ударной волны на клин. По мере распространения вдоль клина интенсивность набегающей волны увеличивается, а ее поверхность искривляется, оставаясь перпендикулярной поверхности клина. Начиная с некоторого момента, ударная волна разветвляется с образованием *ножки Маха.*

Позднее был изучен стационарный случай отражения скачка от твердой стенки. При небольшой интенсивности скачка, падающего на стенку, он отражается от стенки регулярным образом (рис. 3). Начиная с некоторой интенсивности, отраженный скачок уже не может довернуть поток таким образом, чтобы вектор скорости за ним был параллелен стенке, т.к. предельный угол разворота потока на скачке, вычисленный по числу Маха за первым скачком, меньше угла наклона вектора скорости к поверхности стенке за первым скачком. Тогда отражение происходит нерегулярно с образованием СМК. В отличие от нестационарного случая интенсивность ножки Маха равна максимальной $J_m(M)$.

Тройные конфигурации удобно изучать на плоскости ударных поляр *lnJ*-β, прозванных за характерный вид *сердцевидными кривыми.* Подробнейший анализ сердцевидных кривых, особых точек, областей существования ТК приведен в [5]. По классификации [5] различают тройные конфигурации ТК-1, ТК-2 и ТК-3.

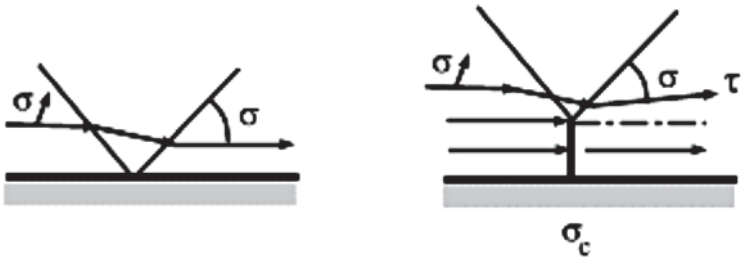

Рис. 3. Регулярное (слева) и нерегулярное (справа) отражение скачка от стенки: σ_c *– ножка Маха*

Тройные конфигурации ТК-1 возникают при взаимодействии встречных скачков уплотнения разных направлений, например, в сверхзвуковых воздухозаборниках внутреннего сжатия. ТК-1 соответствует точка пересечения левых ветвей поляр (рис. 4). По мере увеличения интенсивности приходящего скачка 1 точка пересечения перемещается по направлению к вершине основной поляры, пока не достигнет ее, этому моменту соответствует СМК.

ТК-1 могут существовать только при числах Маха $M > M_T$

$$M_T = \sqrt{\frac{3+\gamma}{2}}.$$

При меньших числах Маха поляры не пересекаются. При числе Маха, равном M_T,

за скачком достигается максимальное статическое давление, при заданном показателе адиабаты γ (для воздуха γ = 1,4).

Тройные конфигурации ТК-2 встречаются при нерегулярном отражении скачка уплотнения от стенки. Отличием от ТК-1 является то, что в ТК-2 направление отклонения потока на главном скачке (ножке Маха) меняется на противоположное (рис. 5). По мере увеличения интенсивности скачка J_1 главный скачок 4 искривляется. При отражении скачка 1 от стенки ножка Маха искривляется, подходя к стенке ортогонально.

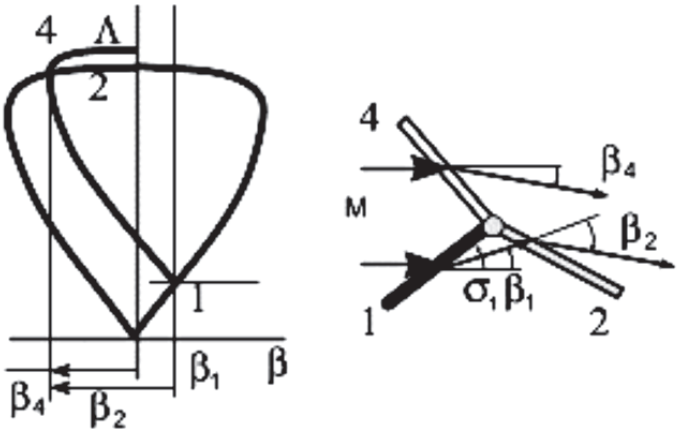

Рис. 4. Тройная конфигурация ТК-1

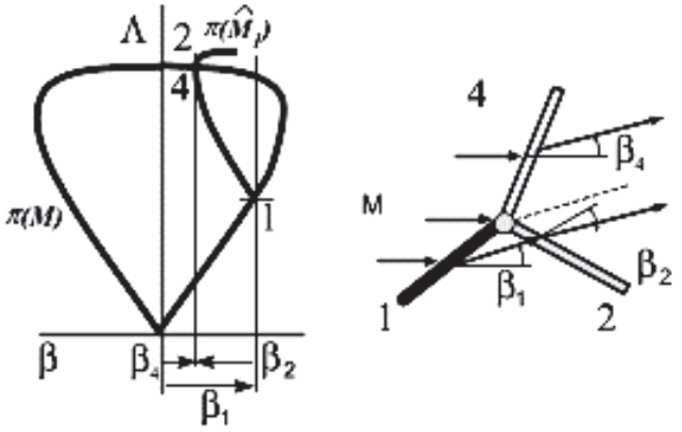

Рис. 5. Тройная конфигурация ТК-2

Тройные конфигурации ТК-3 возникают при взаимодействии догоняющих скачков уплотнения одного направления. Их изучение имеет важное практическое значение для проектирования сверхзвуковых воздухозаборников внешнего сжатия.

Тройные конфигурации скачков и диски Маха в струе

Остановимся более подробно на тройных конфигурациях ТК-2, т.к. они имеют непосредственное отношение к проблеме расчета Диска Маха в сверхзвуковой струе. Тройные конфигурации ТК-1 и ТК-2 разделяет стационарная маховская конфигурация, которой соответствует случай, когда вторичная ударная поляра пересекает основную поляру в ее вершине. В СМК (рис. 6) главный скачок уплотнения (4) является прямым. Характерная интенсивность J_0 получается из решения кубического уравнения, соответствующего пересечению поляр в вершине основной поляры (рис. 6).

$$\sum_{n=0}^{3} A_n z_0^n = 0; \quad z_0 = J_0,$$

$$A_3 = 1 - \varepsilon;$$

$$A_2 = m\varepsilon^2 - \varepsilon\left(M^2 + 1\right) - \left(M^2 - 2\right);$$

$$m = \left(1 - \varepsilon\right)\left(M^2 - 1\right) - 1;$$

$$A_1 = m\varepsilon\left(1 + \varepsilon\right)\left(M^2 + 1\right) - \left(1 + \varepsilon\right)\left(2M^2 - 1\right);$$

$$A_0 = m\left(1 + \varepsilon^2\right)M^2.$$

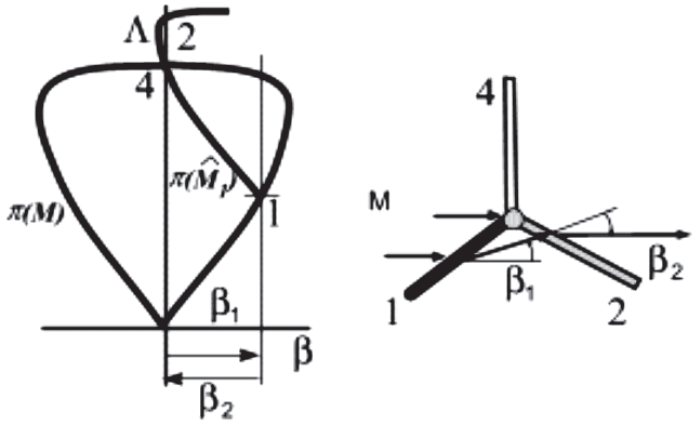

Рис. 6. Стационарная Маховская Конфигурация (СМК)

При некотором характерном числе Маха $M_{OR.}$ в СМК поляра, соответствующая приходящему скачку 1, пересекает вершину основной поляры в точке предельного угла поворота 4 (рис. 7).

Отсюда следует трансцендентное уравнение для особого числа M_{0R}:

$$\frac{4A_1\left(\frac{A_1}{A_0}-3\frac{A_2}{A_1}\right)^2}{9-\frac{A_1A_2}{A_0}}=9-\frac{A_1A_2}{A_0}-4\left(3-\frac{A_2^2}{A_1}\right).$$

Коэффициенты A_i имеют то же значение, что и в предыдущем уравнении.

При числах Маха, меньших M_{OR}, поляра пересекается с осью ординат внутри основной поляры и часто в качестве критерия перехода к нерегулярному отражению принимается интенсивность J_R, которой соответствует касание поляры оси ординат (рис. 8), что позволяет [5] найти значение этой интенсивности из решения следующего уравнения:

$$\sum_{n=0}^{3} A_n x_R^n = 0; \quad x_R = (1+\varepsilon)M^2/(J_R+\varepsilon);$$

$$A_0 = -(1-\varepsilon)^2 L^4; \quad L = (J_R-1)/(J_R+\varepsilon);$$

$$A_1 = 2(1-\varepsilon)(3-\varepsilon)L^2 -$$

$$-4(1-3\varepsilon)(1-\varepsilon)L^3 + (1-\varepsilon)^4 L^4;$$

$$A_2 = 2L^2(1-2\varepsilon-\varepsilon^2) - 4L - 1;$$

$$A_3 = 1.$$

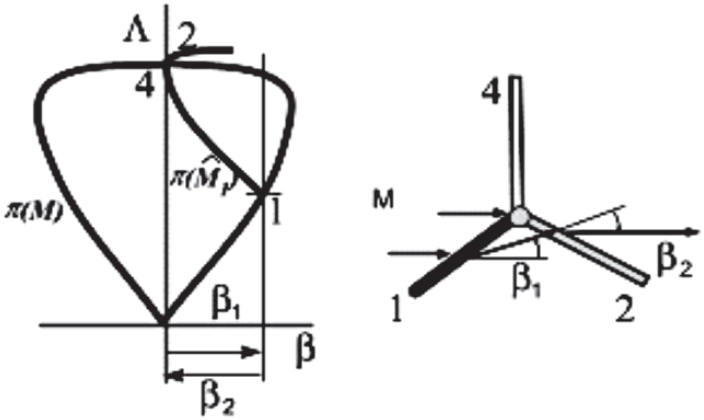

Рис. 7. Особая конфигурация, соответствующая MOR

Этот критерий в стационарном случае экспериментального подтверждения не получил.

Проверка гипотезы СМК для случая образования диска Маха в струе

Для того чтобы корректно проверить соответствие методики расчета экспериментальным данным, необходимо свести в эксперименте влияние вязких эффектов, искажающих картину течения в окрестности кромки сопла, к минимуму. Этого можно добиться на установке, в которой струя истекает из звукового сопла с донным экраном. Внутри такого сопла пограничный слой невелик, а эжекционное течение у его кромки отсутствует.

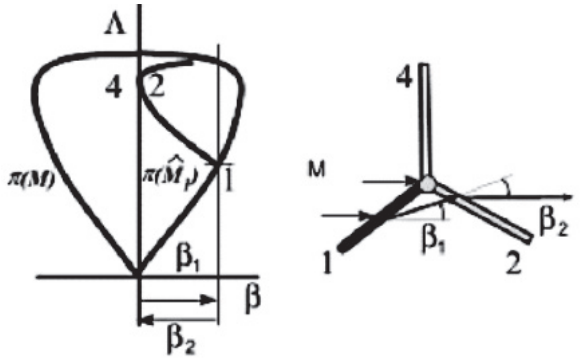

Рис. 8. ТК, соответствующая J = JR, M < MOR

Подобный эксперимент был проведен в Днепропетровском Университете [2]. На рис. 9 и 10 представлены зависимости удаления L от среза сопла характерных сечений струи, а также значение диаметра D соответствующего элемента первой бочки струи от автомодельного параметра $M_a(\gamma n)^{\frac{1}{2}}$, полученные расчетным путем методом характеристик.

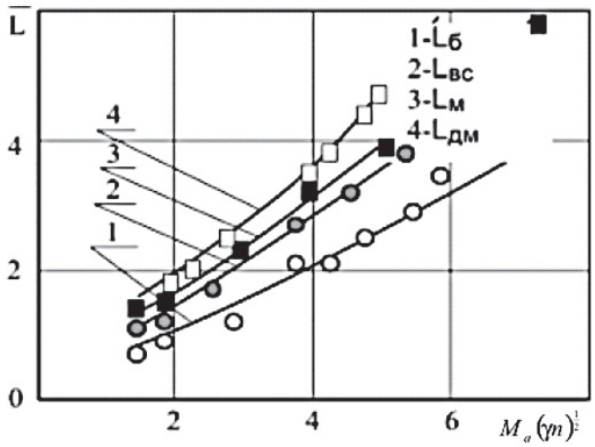

Рис. 9. Сравнение удаления основных сечений первой бочки недорасширенной струи, полученных расчетным путем, с данными эксперимента [2]:
$L_б$ – расстояние от среза сопла до точки пересечения отраженного скачка с границей струи;
$L_{ВС}$ – расстояние от среза сопла до сечения с максимальным диаметром висячего скачка;
$L_М$ – расстояние от среза сопла до сечения с максимальным диаметром границы струи;
$L_{ДМ}$ – расстояние от среза сопла до маховского диска

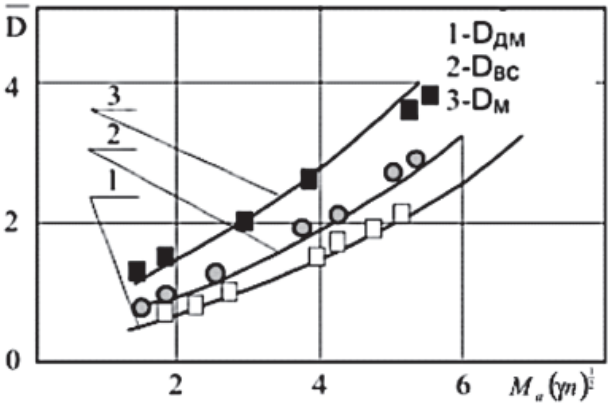

Рис. 10. Сравнение результатов расчета диаметра основных элементов первой бочки струи с экспериментом [2]:
$D_{ВС}$ – максимальный диаметр висячего скачка; $D_М$ – максимальный диаметр границы струи;
$D_{ДМ}$ – диаметр маховского диска

Тройная точка на висячем скачке выбиралась в сечении, в котором интенсивность висячего скачка равнялась J_0. Наблюдается не только качественное, но и удовлетворительное количественное совпадение с экспериментом.

Заключение

Показано, что модель стационарной маховской конфигурации позволяет хорошо предсказывать положение дисков Маха в сверхзвуковой струе. Располагая при расчете диск Маха в точке висячего скачка, в которой его интенсивность $J = J_0$, можно определить диаметр Диска Маха и его удаление от среза сопла. Результаты расчетов показали хорошее соответствие с экспериментом. Приведенные аргументы могут служить лишь косвенным доказательством модели, ее теоретическое обоснование и результаты полного расчетно-экспериментального исследования выходят за рамки настоящей работы и будут рассмотрены отдельно.

Список литературы

1. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй / В.С. Авдуевский, Э.А. Ашратов, А.В. Иванов, У.Г. Пирумов. – М.: Машиностроение, 1989. – 320 с.

2. Беляев Н.М., Картешкин В.А. Исследование параметров звуковой недорасширенной струи холодного газа. – Днепропетровск: ДГУ, 1982. – 14 с.

3. Булат П.В., Засухин О.Н., Усков В.Н. Формирование струи при плавном запуске сопла Лаваля // Газодинамика и теплообмен. Вып. 10. Течения газов в каналах и струях. – СПб.: Изд-во СПУ, 1993. – С. 1–22.

4. Мельников Д.А. Отражение скачков уплотнения от оси симметрии // Механика и машиностроение. – 1962. – №3. Изд. АН СССР.

5. Интерференция стационарных газодинамических разрывов / В.Н. Усков и др. – Новосибирск: ВО «Наука», 1995. – 180 с.

6. Усков В.Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. Сверхзвуковые газовые струи. – Новосибирск: Наука, 1983. – С. 82–96.

7. Abbett M.J., Mach Disk in Underexpanded Exhaust Plumes // AIAA Journal. – 1971. – Vol.9, March. – P. 512–514.

8. Dash S.M. Seiner J.M., Wolf D.E. Analysis of Turbulent underexpended Jets. Part. 1: Parabolized Navier Stokes Model, SCIPVIS // AIAA J. – 1985. – vol. 23, 23, April. – P. 505–514.

9. Dash S.M. Seiner J.M., Wolf D.E. Analysis of Turbulent underexpended Jets. Part. 2: Parabolized Navier Stokes Model, SCIPVIS // AIAA J. – 1985. – vol. 23, 23, May.

10. Dash S.M. Thorpe R.D. Shock – Capturing Model of One- and Two- Phase Supersonic Exhaust Flow // AIAA J. – July 1981. – vol. 19. – P. 842–851.

11. Dash S.M., Sinha N. Noninteractive Cross – Flow integration Procedure for the Pressure – Split Analysis of two Dimensional, Subsonic Mixin Problems // AIAA J. – 1985. – vol. 23, Jan. – P. 183–185.

12. Dash S.M., Sinha N., York B.J. Implicit/Explicit Analysis of Interactive Phenomena in Supersonic Chemically – Reaching Mixing and Boundary Layer Problems // AIAA paper 8517, 17 July 1985.

13. Dash S.M., Wolf D.E. Interactiv Phenomen in Supersonic Jet Mixin Problems, Part. 1. – AIAA J. – May 1984. – P. 905–913.

14. Dash S.M., Wolf D.E., Pergament H.S. A Chock-Capturing Model for Two – Phase, Chemically reaching Flow in Rocket Nozzles and Diffusers, – AIAA P. 85–0.

15. Jungowski W.M. On flow in suddelargement of a duct. Fluid dynamic. – 1969. – vol. 4. – P. 231–241.

References

1. Avduevskij V.S., Ashratov Je.A., Ivanov A.V., Pirumov U.G. Gazodinamika sverhzvukovyh neizobaricheskih struj. M.: Mashinostroenie, 1989. 320 p.

2. Beljaev N.M., Karteshkin V.A. Issledovanie parametrov zvukovoj nedorasshirennoj strui holodnogo gaza. Dnepropetrovsk. DGU, 1982, 14 p.

3. Bulat P.V., Zasuhin O.N., Uskov V.N. Formirovanie strui pri plavnom zapuske sopla Lavalja // «Gazodinamika i teploobmen». Vypusk 10. Techenija gazov v kanalah i strujah. SPb, Izd-vo SPU, 1993. pp. 1–22.

4. Mel'nikov D.A. Otrazhenie skachkov uplotnenija ot osi simmetrii. «Mehanika i mashinostroenie», 1962, no. 3. Izd. AN SSSR.

5. Uskov V.N. i dr. Interferencija stacionarnyh gazodinamicheskih razryvov. – Novosibirsk: VO «Nauka», 1995. 180 p.

6. Uskov V.N. Interferencija stacionarnyh gazodinamicheskih razryvov. Sverhzvukovye gazovye strui, Novosibirsk: nauka. 1983, pp. 82–96.

7. Abbett M.J., Mach Disk in Underexpanded Exhaust Plumes, AIAA Journal, Vol.9, March 1971, pp. 512–514.

8. Dash S.M. Seiner J.M., Wolf D.E. Analysis of Turbulent underexpended Jets. Part. 1: Parabolized Navier Stokes Model, SCIPVIS. – AIAA J., vol. 23, 23, April 1985, pp. 505–514.

9. Dash S.M. Seiner J.M., Wolf D.E. Analysis of Turbulent underexpended Jets. Part. 2: Parabolized Navier Stokes Model, SCIPVIS. – AIAA J., vol. 23, 23, May 1985.

10. Dash S.M. Thorpe R.D. Shock – Capturing Model of One- and Two- Phase Supersonic Exhaust Flow. – AIAA J., vol. 19, July 1981, pp. 842–851.

11. Dash S.M., Sinha N. Noninteractive Cross – Flow integration Procedure for the Pressure – Split Analysis of two Dimensional, Subsonic Mixin Problems. – AIAA J., vol. 23, Jan. 1985, pp. 183–185.

12. Dash S.M., Sinha N., York B.J. Implicit/Explicit Analysis of Interactive Phenomena in Supersonic Chemically – Reaching Mixing and Boundary Layer Problems. – AIAA paper 8517, 17 July 1985.

13. Dash S.M., Wolf D.E. Interactiv Phenomen in Supersonic Jet Mixin Problems, Part. 1. – AIAA J., May 1984, pp. 905–913.

14. Dash S.M., Wolf D.E., Pergament H.S. A Chock-Capturing Model for Two – Phase, Chemically reaching Flow in Rocket Nozzles and Diffusers, – AIAA pp. 85–0.

15. Jungowski W.M. On flow in suddelargement of a duct. Fluid dynamic. 1969, vol. 4, pp. 231–241.

Рецензенты:

Баранов И.В., д.т.н., профессор, заместитель директора Института холода и биотехнологий ФГБОУ «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики», г. Санкт-Петербург;

Пеленко В.В., д.т.н., профессор, заместитель директора по учебной работе Института холода и биотехнологий ФГБОУ «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики», г. Санкт-Петербург.

Работа поступила в редакцию 20.07.2012.