

УДК 537.2

## О КОЭФФИЦИЕНТЕ ЖЕСТКОСТИ ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ В МАГНИТОЭЛЕКТРОПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМАХ, СВЯЗАННОМ С ПРОГИБОМ ИХ СЕГМЕНТОВ ВО ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

<sup>1</sup>Гадалов В.Н., <sup>1</sup>Родионов А.А., <sup>2</sup>Самойлов В.В., <sup>1</sup>Родионов А.А.

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет»,

Курск, e-mail: gadalov-vn@yandex.ru, raa41@inbox.ru;

<sup>2</sup>ОАО «НПП «Геофизика-Космос», Москва, e-mail: samoilovvv@inbox.ru

Рассмотрено влияние прогиба сегментов доменных границ, закрепленных, в том числе линейными дефектами, на коэффициент жесткости доменных границ. Показано, что это влияние на суммарный коэффициент жесткости может быть особенно существенным, когда энергия на единицу площади доменных границ не мала. С ростом длины закрепления доменных границ эта составляющая суммарного коэффициента жесткости увеличивается, а при длине закрепления доменных границ, стремящейся к бесконечности, она зануляется. В динамическом режиме доменным границам с большими массами будет соответствовать большее значение жесткости, связанной с прогибом сегментов доменной границы. Значения коэффициента жесткости, связанного с прогибом сегментов доменной границы, в квазистатическом и динамическом режиме колебаний доменных границ могут отличаться на порядок.

**Ключевые слова:** сегнетоэлектрики, сегнетомагнетики, доменные границы, сегнетова соль

## ABOUT STIFFNESS FACTOR OF DOMAIN BOUNDARIES IN ELECTRICALLY AND MAGNETICALLY ORDERED SYSTEMS, MEDIATED BY THEIR SEGMENTS DEFLECTION IN EXTERNAL FIELDS

<sup>1</sup>Gadalov V.N., <sup>1</sup>Rodionov A.A., <sup>2</sup>Samoylov V.V., <sup>1</sup>Rodionov A.A.

<sup>1</sup>South-West State University, Kursk, e-mail: gadalov-vn@yandex.ru, raa41@inbox.ru;

<sup>2</sup>JSC «Geofizika-Cosmos» Research & Production Enterprise, Moscow, e-mail: samoilovvv@inbox.ru

In this article, the influence of deflection of the domain boundaries segments, fixed by streak defects, on a stiffness factor of domain boundaries is investigated. It is shown, that this influence on a total stiffness factor can be especially essential when the energy per unit of domain boundaries area is not small. With growth of domain boundaries pinning this component of a total stiffness factor is increased, and at tending to infinity domain boundaries pinning it became null. In a dynamic mode, domain boundaries with greater masses are conforming to the greater values of stiffness, associated with domain boundaries segments deflection. Values of this stiffness in quasi-static and dynamic modes of domain boundaries oscillations may differ by an order of magnitude.

**Keywords:** ferroelectrics, multiferroics, domain boundaries, Seignette's salt

Как известно, доменные границы (ДГ) в ферромагнетиках, ферритах, сегнетоэлектриках и сегнетомагнетиках, а также в антиферромагнетиках и антисегнетоэлектриках обладают свойством противодействовать при их смещении внешней силе  $F_0$ , то есть в линейном приближении  $F_0 = kx$ , где  $k$  – жесткость, а  $x$  – смещение ДГ из ее исходного положения. Величина  $k$  имеет несколько составляющих. Одна из них возникает, например, в ферромагнетиках, не имеющих дефектов, где предполагается, что ДГ – плоская, не меняющая свою кривизну, и связана она с тем, что под действием внешней силы  $\sigma$  возникает разность магнитоупругих (или электроупругих) энергий, приводящая к возникновению возвращающей силы, пропорциональной смещению ДГ. Если в поле  $\sigma$  или магнитном  $H$  эти энергии для двух соседних доменов будут одинаковы (как для  $180^\circ$  ДГ), то эта сила не возникает. В некоторых кристаллах, как например в сегнетовой соли, из-за наличия в них электроупругой энергии, связанной с пьезострикцией (она линейна по  $\sigma$  и по  $\vec{p}_s$ ,

спонтанная поляризация), появляются под действием  $\sigma$  смещения  $180^\circ$  ДГ, в то время как её электрострикционная часть  $p_s^2 \sigma$  вклада в смещение этих ДГ не дает. Но  $90^\circ$  ДГ смещаются за счет обеих составляющих электроупругой энергии. При смещении ДГ вдоль ее границы возникают магнитные полюса, за счет которых также появляется возвращающая сила

$$\frac{NI_s^2 x}{q_0} [2],$$

где  $N$  – размагничивающий фактор, а  $q_0$  – размер домена вдоль  $x$ , т.е. жесткость

$$k_x = \frac{NI_s^2 x}{q_0}.$$

Однако есть еще одна составляющая жесткости ДГ. Она возникает за счет того, что ДГ, закрепленная на краях доменов, имеющих

размер вдоль  $z$ -направления  $l_\Gamma$ , изгибается, располагаясь на отрезке  $z$  от  $\frac{l_\Gamma}{2}$  до  $-\frac{l_\Gamma}{2}$

. Когда на такую изначально плоскую ДГ действует сила  $F_D$ , которая однородна вдоль  $z$ -оси, ДГ прогибается, как горизонтальная струна, закрепленная на её краях, в поле силы тяжести, приобретающая форму цепной линии. Этот случай прогиба ДГ рассмотрен в работах [2, 3], а подробно в [4, 5]. Там показано, что смещение ДГ  $x$  зависит от  $m$ , в виде:

$$x_{12}(z) = \frac{D_{12}}{B_{12}} \left[ 1 - \frac{e^{\sqrt{B_{12}/\gamma} \cdot z} + e^{-\sqrt{B_{12}/\gamma} \cdot z}}{e^{\sqrt{B_{12}/\gamma} \cdot \frac{l_z}{2}} + e^{-\sqrt{B_{12}/\gamma} \cdot \frac{l_z}{2}}} \right] \quad (1)$$

для  $90^\circ$  ДГ в плоскости (110) с размером доменов вдоль её смещения  $q_{012}$ .

Здесь  $\gamma$  – энергия единицы площади ДГ,

$$B_{12} = K + \frac{NI_s^2}{q_{012}},$$

$K$  – жесткость ДГ, связанная с разностью магнитоупругих энергий вдоль смещения ДГ для идеальных бездефектных кристаллов,  $D_{12} = I_s H_c (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$ ,  $H_c$  – магнитное поле, приложенное в плоскости (001) с направляющими его углами  $\beta_1, \beta_2$ , то есть в данном случае прогиб ДГ возникает за счет поля  $H_c$ . В случае если на ДГ действует упругое напряжение  $\sigma$ , возникает величина  $D_{12}$  за счет неодинаковости в соседних доменах магнитоупругих энергий (объемная плотность). В общем случае она является функцией  $\sigma_{ij}$ , то есть направляющих косинусов напряжения  $\sigma$  и ориентации в них векторов спонтанной намагниченности. Если произвести усреднение по  $z$  зависимости  $x_{12}(z)$ , то получается среднее смещение ДГ:

$$\langle x_{12} \rangle = \frac{D_{12}}{B_{12}} \left( 1 - \frac{2}{l_z} \sqrt{\frac{\gamma}{B_{12}}} \operatorname{th} \left[ \frac{l_z}{2} \sqrt{\frac{B_{12}}{\gamma}} \right] \right) \quad (2)$$

Однако при таком смещении ДГ возникает дополнительная возвращающая сила, связанная с коэффициентом жесткости

$K$  в идеальных кристаллах и  $\frac{NI_s^2 x_{12}}{q_{012}}$  за счет

размагничивающих полей. Таким образом,

в формуле (2), где  $\operatorname{th} \left[ \frac{l_z}{2} \sqrt{\frac{B_{12}}{\gamma}} \right]$  – гипербо-

лический тангенс, при смещении ДГ на расстояние  $\langle x_{12} \rangle$  на нее действуют в нашем случае три возвращающие ее в положение равновесия силы

$$\left( K + \frac{NI_s^2}{q_{012}} + K_D \right) \langle q_{12} \rangle,$$

где  $K_D$  – жесткость ДГ, обусловленная ее стремлением распрямиться. То есть  $K_D$  – это отношение средней по  $z$  спрямляющей силы

$-\gamma \frac{\partial^2 x_{12}}{\partial z^2}$  к смещению ДГ. В таком виде сила

в точке  $z$  по [3], спрямляющая границу, равна  $-\gamma \frac{\partial^2 x_{12}}{\partial z^2}$ . Далее находим для  $-\gamma \frac{\partial^2 x_{12}}{\partial z^2}$

среднюю силу по  $z$  и для нее получаем соотношение:

$$\left\langle \frac{\partial^2 x_{12}}{\partial z^2} \right\rangle = \frac{2\gamma A \alpha}{L} \left[ e^{\alpha \frac{l_z}{2}} - e^{-\alpha \frac{l_z}{2}} \right], \quad (3)$$

где введены обозначения:

$$A = \frac{D_{12}}{B_{12}}, \quad \alpha = \sqrt{B_{12}/\gamma}, \quad L = e^{\alpha \frac{l_z}{2}} - e^{-\alpha \frac{l_z}{2}}.$$

Величина  $K_D$  приближенно равна отношению этой силы к среднему смещению  $x_{12}$ . ДГ:

$$K_D = \frac{2\gamma A \alpha}{L} \left[ e^{\alpha \frac{l_z}{2}} - e^{-\alpha \frac{l_z}{2}} \right] / \left( 1 - \frac{2}{l_z \alpha} \left[ \operatorname{th} \frac{l_z \alpha}{2} \right] \right) \quad (4)$$

Структурно-чувствительной величиной здесь может являться  $l_z$ , которая зависит от концентрации, вида и распределения дефектов по кристаллу.

Если, например, для железа

$$m = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ г/см}^2, \quad \gamma = 2 \text{ эрг/см}^2, \\ \text{а } l_z = 0,04 \text{ см, то } \alpha \cong 4,5 \cdot 10^{-1} \text{ см}^{-1}$$

и если

$$K + \frac{NI_s^2}{q_{012}} \cong 1 \text{ дин/см}^3,$$

то  $K_D \cong 0,02 \text{ дин/см}^3$ .

То есть тогда  $K_\Sigma = 1,02 \text{ дин/см}^3$ , а

$$\omega_0 \cong \sqrt{1,02/1,2 \cdot 10^{-10}} = 10^5.$$

Это соответствует собственным частотам колебаний ДГ в кристаллах железа, в то же время  $\omega_0$  также становится структурно-чувствительной величиной, зависящей от дефектности магнетика и его магнитоупругих параметров. Если взять сегнетоэлектрик, например,  $\text{BaTiO}_3$ , то в  $\langle x_{12} \rangle$  величина  $D_{12} = P_s e (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$ ,  $B_{12} = K + K_N + K_D$ , где  $e$  – напряженность электрического поля,  $P_s$  – спонтанная поляризация. В сегнетомагнетиках есть упругая, магнитоупругая и упруго-электрическая и магнитоэлектрическая подсистемы, то есть суммарный коэффициент жесткости  $K_\Sigma$  будет состоять из первых трех составляющих. Упругая, например, подсистема сегнетомагнетика предопределяет жесткость ДГ бездефектных кристаллов, а ДГ является

совмещенной за счет магнитоэлектрической подсистемы.

Рассмотрим далее уже в динамическом режиме жесткость  $K_D$ , когда ДГ колеблется под действием периодической силы. В этом случае зависимость  $x_{12}(z)$  может быть найдена из уравнения:

$$m\ddot{x}_{12} + \beta_c \dot{x}_{12} + kx_{12} - \gamma \frac{\partial^2 x_{12}}{\partial z^2} = F_0 \cos \omega t. \quad (5)$$

$$x_{12} = \frac{4l_z F_0}{\pi^2 \alpha} \cdot \left[ \frac{\omega_{2n+1} \sin \omega t - \omega \sin(\omega_{2n+1} t)}{\omega_{2n+1}^2 - \omega^2} \right] \sin \frac{(2n+1)\pi z}{l}, \quad (6)$$

где  $\alpha = \sqrt{T/m}$ ,  $T$  – сила натяжения ДГ,  $m$  – масса её единицы площади,  $\omega_{2n+1} = -\gamma \frac{(2m+1)\pi\alpha}{l}$ .

Решение (5) отличается от (6) для  $n = 0$  тем, что масса ДГ будет завышать в (5) в сравнении с (6) среднее значение  $x_{12}(z)$ . Это соответствует некоторой убыли величины  $K_D$  в динамическом режиме в сравнении с квазистатическими колебаниями ДГ. В то же время вязкость  $\beta$  в режиме (5) способствует уменьшению среднего значения  $x_{12}(z)$ , т.е. возрастанию  $K_D$ . В (6) также не учитывается та жесткость  $K$  ДГ, которая получается для бездефектных кристаллов, когда при смещениях ДГ остается плоской.

### Заключение

Учет жесткости с её ростом занижает амплитуду, а значит среднее смещение ДГ, и дает некоторое увеличение  $K_D$ . Однако значения  $K_D$  для динамического и статического смещения, по-видимому, могут отличаться на порядок.

Работа поддержана грантом НК-529 П(10). Госконтракт П-807.

### Список литературы

1. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1969. – С. 77.
2. Плавский В. В. Численный расчет доменных границ в реальных кристаллах. – Уфа: Уфимский научный центр РАН, 1999. – Деп. в ВИНТИ. 2001 – 01 F/16.
3. Родионов А.А., Желанов А.Л. Особенности диссипации энергии в магнетиках, связанные с обратимыми смещениями доменных границ в сопровождающих полях // Структурная релаксация в твердых телах: тезисы докл. Межд. конф. – Винница, 2003. – С. 161–163.

Здесь ДГ закреплены в точках  $z = 0$  и  $l_z$ . Решение этого уравнения, например, даже при  $\beta_c = 0$ ,  $k = 0$  имеет громоздкий вид. Оно представляет суперпозицию по гармоникам в  $\sin \frac{(2n+1)\pi z}{l}$ , при  $n = 0, 1, 2$ . При четных гармониках средние значения по  $z$   $x_{12}(t, z)$  зануляются, а для нечетных с ростом  $n$  амплитуды смещения по [1] уменьшаются. Например, для  $n$  составляющей:

3. Родионов А.А., Желанов А.Л. Особенности диссипации энергии в магнетиках, связанные с обратимыми смещениями доменных границ в сопровождающих полях // Ультразвук и термодинамические свойства вещества: Сб. Рос. акустич. общ-ва. – Курск, 2003. – С. 35–42.
4. Родионов А.А., Игнатенко Н.М. Упругие и неупругие явления в сегнетоэлектриках в области линейного отклика. – Курск, 2006. – 172 с.

### References

1. Aramanovich A.G., Levin V.I. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, Nauka publ., 1969, p. 77.
2. Plavskiy V.V. *Chislennyi raschet domennykh granits v realnykh kristallakh* [Numerical calculation of domain borders in real crystals]. Ufa, Ufa Science Center of Russian Academy of Science, 1999.
3. Rodionov A. A., Zhelanov A.L. *Tezisy dokladov Mezhdunarodnoy Konferentsii «Strukturnaya relaksatsiya v tverdykh telakh»* (Proc Int. Conference “Structural Relaxation in Solids”) Vinnytsia, 2003, pp. 161–163.
4. Rodionov A.A., Zhelanov A.L. *Osobennosti dissipatsii energii v magnetikakh, svyazannye s obratimymi smescheniyami domennykh granits v soprovozhdayuschikh polyakh. Sbornik Rossiyskogo Akusticheskogo Obschestva «Ul'trazvuk i termodinamicheskie svoystva veschestva»* [Collected Articles by Russian Acoustic Society “Ultrasound and thermodynamic properties of substance”], Kursk, 2003, pp. 35–42.
5. Rodionov A.A., Ignatenko N.M. *Uprugie i neuprugie yavleniya v segnetoelektrikakh v oblasti lineynogo otklika* [The resilient and inelastic phenomena in a ferroelectric material in the area of the linear response]. Kursk, 2006, 172 p.

### Рецензенты:

Кузьменко А.П., д.физ.-мат.н., профессор, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск;

Серебровский В.И., д.т.н., профессор, проректор по УР ФГБОУ ВПО «Курская государственная сельскохозяйственная академия», г. Курск.

Работа поступила в редакцию 25.06.2012.