УДК 622.285

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОСТОЕК МЕХАНИЗИРОВАННЫХ КРЕПЕЙ

Жетесова Г.С., Жаркевич О.М., Жунусова А.Ш., Плешакова Е.А., Теленкова Е.А.
Карагандинский государственный технический университет, Караганда, e-mail: olinis@mail.ru

Проведен анализ методик расчета гидростоек механизированных крепей, основанных на аппарате сопротивления материалов. Прогиб круглого элемента механизированной крепи, лежащего на трехмерном упругом основании, под действием внешней нагрузки описан дифференциальным уравнением четвертого порядка. Определены деформационно-силовые характеристики элементов гидростоек механизированных крепей в зависимости от внешнего нагружения и коэффициентов постели, связывающих осадку грунта с интенсивностью отпора и интенсивностью вертикального сдвига. Выявлено, что применение теории упругого основания для расчета гидростоек секций механизированных крепей позволяет рассчитывать круглые элементы с учетом деформации почвы. Разработанная методика позволяет подбирать оптимальные конструктивные параметры гидростоек механизированных крепей. Данная методика позволяет рассчитывать элементы механизированных крепей при изменении жесткости элемента, либо в пространстве на протяжении всей выработки.

Ключевые слова: гидростойка, деформационные и силовые характеристики, упругое основание

CALCULATION OF THE STRENGTH PARAMETERS OF HYDRAULIC JACK OF POWERED SUPPORTS

Zhetesova G.S., Zharkevich O.M., Zhunusova A.S., Pleshakova E.A., Telenkova E.A.
Karaganda state technical university, Karaganda, e-mail: olinis@mail.ru

Analysis methods for calculating of the hydraulic jack of mechanical supports is held, based on the unit strength of materials. The deflection of a round element of the mechanical supports which lies on a three-dimensional elastic foundation under external loading is described by a differential equation of fourth order. The deformation-strength characteristics of the elements of the hydraulic jack is determined by depending on the external loading and the coefficients of the «bed», connecting with intensity of sediment soil resistance and intensity of vertical shift. The application of theory of the elastic foundation for calculation hydraulic jack of mechanical supports allows to calculate of a round elements, taking into account the deformation of the soil is revealed. The developed methodology allows to select the optimum design parameters of hydraulic jack of mechanical supports. This methodology allows to calculate the elements of mechanical supports when change the stiffness of the element or in space throughout the production.

Keywords: hydraulic jack, deformation and strength characteristics, elastic foundation

Существующие методики расчета гидростоек механизированных крепей, основанные на аппарате сопротивления материалов, не учитывают деформационные свойства грунтов кровли и почвы, влияющих на результаты расчета. Физико-механические свойства пород изменяются, как известно, в широких пределах в зависимости от литологического состава почвы и ее строения, степени обводненности лавы, глубины залегания пластов, поэтому напряжения и деформации в горных породах почвы и кровли намного сложнее, чем свойства материалов. В связи с этим при прочностных расчетах гидростоек механизированных крепей необходимо принимать во внимание множество факторов, обусловливающих особенности работы пород кровли, почвы (упругого основания) под конструкциями. Подобный подход используется при расчете фундаментов, прямоугольных, ленточных, круглых.

Круглые элементы механизированной крепи, такие как цилиндры гидростоек со сферической пятой с целью повышения их прочности, необходимо рассчитывать на величину прогиба, не превышающего величину прогиба кровли и почвы с учетом интенсивности вертикального отпора пород и сопротивления сдвигу или вращению в продольном и поперечном направлениях. Поскольку деформации гидростойки малы, для расчета возьмем поперечное сечение, которое представляет собой круглую плиту. Поскольку линейные характеристики грунта s_1 и s_2 не одинаковы между собой и действуют по разным направлениям x и y, то осадочная лунка от действия круглого элемента не будет иметь вид поверхности вращения, а будет проявляться в виде эллипса (овала) [1]. За основу расчета можно принять дифференциальное уравнение прогиба элемента секции крепи, лежащего на трехмерном упругом основании, под действием внешней нагрузки, рассмотренного в работе [2], и преобразовать его. Это уравнение имеет вид:

$$D\left(\frac{d^4w}{dy^4}+\frac{2d^4w}{dx^2dy^2}+\frac{d^4w}{dy^4}\right)-K_2\left(\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{d^2w}{dy^2}\right)+K_1w=q. \quad (1)$$

Разделив обе части уравнения на K_1 и обозначив

$$s_1 = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{K_1}} \qquad (2)$$

и

$$s_2 = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}, \qquad (3)$$

получим:

$$\frac{s_1^4}{4}\left(\frac{d^4w}{dy^4} + \frac{2d^4w}{dx^2dy^2} + \frac{d^4w}{dy^4}\right) - s_2\left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dy^2}\right) + w = \frac{q}{K_1}, \qquad (4)$$

где E – модуль упругости, МПа; J – момент инерции, см^4; K_1 – коэффициент сжатия грунта (первый коэффициент постели), Н/см^3; K_2 – коэффициент сдвига грунта (второй коэффициент постели), Н/см.

Отвлечемся от физического смысла параметров, входящих в уравнение с частными производными (1). Для этого перейдем к безразмерным переменным. Величину s_2 можно назвать линейной характеристикой кровли или грунта, она имеет размерность длины. Тогда имеет смысл рассмотреть осадку пород как функцию безразмерных координат $\alpha = x/s_1$ и $\beta = y/s_2$.

Введем функцию $U(\alpha, \beta)$, которая зависит от α и β и определяется по формуле:

$$W(x, y) \equiv W(\alpha \cdot S_1, \beta \cdot S_2) \equiv U(\alpha, \beta). \qquad (5)$$

Тогда производные W и U связаны соотношениями:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{S_1};$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial \beta} \cdot \frac{1}{S_2}. \qquad (6)$$

Поэтому уравнение (4) можно переписать в виде:

$$\frac{s_1^4}{4}\left(\frac{1}{s_1^4} \cdot \frac{d^4U}{d\alpha^4} + \frac{2}{s_1^2 \cdot s_2^2} \cdot \frac{d^4U}{d\alpha^2 d\beta^2} + \frac{1}{s_2^4} \cdot \frac{d^4U}{d\beta^4}\right) - s_2\left(\frac{1}{s_1^2} \cdot \frac{d^2U}{d\alpha^2} + \frac{1}{s_2^2}\frac{d^2U}{d\beta^2}\right) + U = \frac{q}{K_1} \qquad (7)$$

или

$$\frac{\partial^4 U}{\partial \alpha^4} + 2 \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial \alpha^2 \beta^2} + \frac{s_1^4}{s_2^4} \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial \beta^4} - \frac{s_2^2}{s_1^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \beta^2} + U = \frac{q}{K_1}. \qquad (8)$$

Перейдем к полярным координатам, т.е. положим [2, 5, 6]:

$$\begin{cases} \alpha = r \cdot \cos\theta \\ \beta = r \cdot \sin\theta \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ \mathrm{tg}\theta = \dfrac{\beta}{\alpha} \end{cases} \qquad (9)$$

Введем функцию $\vartheta(r, \theta)$, которая зависит от r, θ и определяется по формуле:

$$U(\alpha, \beta) \equiv U(r \cdot \cos\theta, r \cdot \sin\theta) \equiv \vartheta(r, \theta) \quad .(10)$$

Тогда производные U и υ связаны соотношениями:

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial \alpha} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \frac{r \cdot \cos\theta}{r} - \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \cdot \frac{\sin\theta}{r} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \cos\theta - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \sin\theta;$$

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \sin\theta + \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \cdot \frac{\cos\vartheta}{r}. \qquad (11)$$

Учитывая, что скалывающие напряжения отсутствуют, имеем $\dfrac{\partial \vartheta}{\partial \theta} = 0$.

Поэтому:

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \cos\theta;$$

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \sin\theta. \qquad (12)$$

Учитывая соотношения (7), перепишем уравнение (4) в виде:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\cos^4\theta + 2\frac{s_1^2}{s_2^2}\cos^2\theta\sin^2\theta\frac{\partial^4\vartheta}{\partial r^4} + \frac{s_1^4}{s_2^4}\sin^4\theta\frac{\partial^4\vartheta}{\partial r^4} - \frac{s_2^2}{s_1^2}\cos^2\theta\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} - \sin^2\theta\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} + \vartheta = \frac{q}{K_1} \qquad (13)$$

или

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\left(\cos^4\theta + 2\frac{s_2^2}{s_1^2}\cos^2\theta\sin^2\theta\frac{\partial^4\vartheta}{\partial r^4} + \frac{s_1^4}{s_2^4}\sin^4\theta\right) - \frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2}\left(\frac{s_2^2}{s_1^2}\cos^2 + \sin^2\theta\right) + \vartheta = \frac{q}{K_1} \qquad (14)$$

или

$$\frac{\partial^4\vartheta}{\partial r^4}\cdot\frac{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)^2}{s_2^4}-\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2}\cdot\frac{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)}{s_1^2}+\vartheta=\frac{q}{K_1}. \qquad (15)$$

Графически схема нагружения круглого элемента крепи единичной площади на трехмерном упругом основании представлена на рисунке.

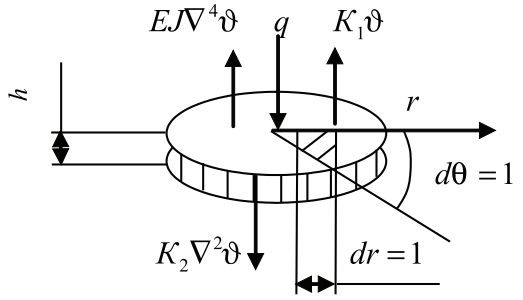

Схема нагружения круглого элемента крепи единичной площади на трехмерном упругом основании

Решим обыкновенное дифференциальное уравнение (15), считая s_1, s_2 и θ параметрами.

Общее решение уравнения с правой частью получается с помощью решения соответствующего уравнения без правой части и отыскания какого-либо частного решения [2]. В сумме получится общее решение уравнения (15):

$$\vartheta=\overline{\vartheta}+\vartheta^*, \qquad (16)$$

где $\overline{\vartheta}$ – решение уравнения (16) без правой части; υ^* – частное решение уравнения (16).

Частное решение уравнения (16) под действием постоянной нагрузки будет иметь следующий вид:

$$\vartheta^*=\frac{q}{K_1}. \qquad (17)$$

Для нахождения общего решения уравнения (15) приравняем его первую часть к нулю. Получим дифференциальное уравнение четвертого порядка:

$$\frac{\partial^4\vartheta}{\partial r^4}\cdot\frac{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)^2}{s_2^4}-\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2}\cdot\frac{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)}{s_1^2}+\vartheta=0. \qquad (18)$$

Составим характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (17):

$$\lambda^4\cdot\frac{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)^2}{s_2^4}-\lambda^2\cdot\frac{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)}{s_1^2}+1=0. \qquad (19)$$

Данное биквадратное уравнение решается с помощью замены

$$z=\lambda^2\cdot A.$$

Тогда уравнение сводится к квадратному виду:

$$z^2\frac{11}{s_2^4}-z\frac{}{s_1^2}+1=0, \qquad (20)$$

где $A=(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)$..

Отсюда получаем пару комплексных корней:

$$z_{1,2}=\frac{\frac{1}{s_1^2}\pm\sqrt{\frac{1}{s_1^4}-\frac{4}{s_2^4}}}{2\frac{1}{s_2^4}}=\frac{s_2^4}{2}\left(\frac{1}{s_1^2}\pm\sqrt{\frac{1}{s_1^4}-\frac{4}{s_2^4}}\right)=\frac{s_2^4}{2}\left(\frac{1}{s_1^2}\pm\frac{1}{s_2^2}i\sqrt{4-\frac{s_2^4}{s_1^4}}\right)=\frac{s_2^2}{4}\left(\frac{2s_2^2}{s_1^2}\pm i2\sqrt{4-\frac{s_2^4}{s_1^4}}\right)=$$

$$=\frac{s_2^2}{4}\left(2+\frac{s_2^2}{s_1^2}\pm 2i\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}-2+\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)=\frac{s_2^2}{4}\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\pm i\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)^2. \qquad (21)$$

Теперь найдем:

$$\lambda_{1,2,3,4}=\frac{s_2}{2\sqrt{(s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta)}}\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\pm i\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right). \qquad (22)$$

Итак, общее решение уравнения (18) имеет вид:

$$\begin{aligned}\overline{\vartheta} = {} & A_1 \cdot e^{\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)+ \\ & +A_2 \cdot e^{\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)+ \\ & +A_3 \cdot e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)- \\ & -A_4 \cdot e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right),\end{aligned} \tag{23}$$

где A_1, A_2, A_3, A_4 – некоторые постоянные величины.

Для решения нашей задачи представляют интерес только третье и четвертое слагаемые выражения (23). Следовательно, общее решение дифференциального уравнения (15) без правой части примет вид:

$$\begin{aligned}\overline{\vartheta} = {} & A_3 \cdot e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)- \\ & -A_4 \cdot e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right).\end{aligned} \tag{24}$$

Учитывая вышеизложенное, общее решение уравнения (15) запишем в виде:

$$\begin{aligned}\overline{\vartheta} = {} & A_3 \cdot e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)- \\ & -A_4 \cdot e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\left(\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)} \cdot \sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)+\frac{q}{K_1}.\end{aligned} \tag{25}$$

Представим величину $e^{-\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r}$ как функцию гиперболического синуса (sh) и гиперболического косинуса (ch) [2]. И выражение (23) запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}\overline{\vartheta} = {} & A_3 \cdot \left(\mathrm{ch}(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r-\mathrm{sh}\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r\times \\ & \times\cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r-A_4\cdot\left(\mathrm{ch}\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r-\right. \\ & \left.-\mathrm{sh}\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r\right)\cdot\sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta+s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r+\frac{q}{K_1}.\end{aligned} \tag{26}$$

Ввиду симметрии прогиба элемента секции крепи относительно оси OX слагаемые:

$$A_3 \cdot \mathrm{sh}\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r\cdot\cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r =$$

$$= A_4\cdot\mathrm{ch}\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\cdot r\right)\cdot\sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r = 0.$$

и решение имеет вид:

$$\overline{\vartheta} = A_3\cdot ch\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r\cdot\cos\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r +$$

$$+A_4\cdot sh\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r\cdot\sin\left(\frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}\right)\cdot r + \frac{q}{K_1}. \quad (27)$$

Для упрощения выражения введем замену:

$$\chi = \frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2+\frac{s_2^2}{s_1^2}}; \quad \gamma = \frac{s_2}{2\sqrt{s_2^2\cos^2\theta + s_1^2\sin^2\theta}}\cdot\sqrt{2-\frac{s_2^2}{s_1^2}}.$$

Тогда общее решение уравнения (15) в случае действия постоянной нагрузки q с учетом интенсивности отпора почвы-кровли имеет следующее уравнение для определения прогиба круглого элемента секции крепи:

$$\vartheta = A_3\cdot\mathrm{ch}\chi r\cos\gamma r + A_4\cdot\mathrm{sh}\chi r\sin\gamma r + \frac{q}{K_1}. \quad (28)$$

Для нахождения коэффициентов A_3 и A_4 необходимы граничные условия по переменной r, т.к. производные по θ равны 0. Таким образом, граничные условия определяются по формуле [1, 6]:

$$\begin{cases} M = -EJ\dfrac{d^2\vartheta}{dr^2} = 0; \\ Q = -EJ\left(\dfrac{d^3\vartheta}{dr^3} - K_2\dfrac{d\vartheta}{dr}\right) = -Q_0, \end{cases} \quad (29)$$

где M – изгибающий момент, кН·см; Q – поперечная сила, кН; Q_0 – распределенная нагрузка, кН.

Подставим решение (28) в граничные условия (29) и найдем значения произвольных постоянных A_3 и A_4:

$$A_3 = \frac{Q_0 s_1^3}{2}\frac{\frac{s_2^2}{s_1^2}\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} + \chi\gamma\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}}{\chi\left(2-3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} + \gamma\left(2+3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\chi\frac{r}{s_1}}; \quad (30)$$

$$A_4 = \frac{-Q_0 s_1^3}{2}\frac{\frac{s_2^2}{s_1^2}\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1} - \chi\gamma\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}}{\chi\left(2-3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} + \gamma\left(2+3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}}. \quad (31)$$

Введем дополнительные обозначения:

$$\psi = \chi\left(2-3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} + \gamma\left(2+3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\chi\frac{r}{s_1}.$$

Тогда решение дифференциального уравнения (4) будет иметь вид:

$$\vartheta = \frac{Q_0 s_1^3}{2EJ\psi}\left[\begin{array}{l}\left(\chi \mathrm{ch}\chi \frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} - \gamma \mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1} \\ +\left(\gamma \mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} - \chi\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1}\end{array}\right]; \quad (32)$$

$$t = \frac{2Q_0}{\psi}\frac{s_1^2}{s_2^2}\left[\begin{array}{l}\left(\frac{s_2^2}{s_1^2}\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} - \chi\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1} \\ -\chi\left(\alpha\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} + \chi\gamma\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1}\end{array}\right]; \quad (33)$$

$$M = \frac{Q_0 s_1}{\psi}\left[\begin{array}{l}\left(\left(2-3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\left(\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\right)^2\sin\gamma\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1} - \left(s\mathrm{h}\chi\frac{r}{s_1}\right)^2\cos\gamma\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1}\right)\chi \\ +\left(2+3\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)\left(\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\left(\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)^2\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1} + \mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\left(\sin\gamma\frac{r}{s_1}\right)^2\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\right)\end{array}\right]; \quad (34)$$

$$Q = \frac{Q_0}{\psi}\left(\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1}\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1} + \mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\mathrm{ch}\,\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1}\right); \quad (35)$$

$$p = \frac{2Q_0}{s_1\psi}\left[\begin{array}{l}\left(\chi\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} - \gamma\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1} \\ +\left(\gamma\mathrm{ch}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1} - \chi\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\cos\gamma\frac{r}{s_1}\right)\mathrm{sh}\chi\frac{r}{s_1}\sin\gamma\frac{r}{s_1}\end{array}\right]. \quad (36)$$

Подставив значения в полученные формулы, получим, что величины изгибающего момента и поперечной силы, определенных по данной методике в 3 раза меньше, чем величины этих же параметров, определенных согласно РД 12.25.163 – 90 [3]. Следовательно, запас прочности завышен.

Данная методика позволяет рассчитывать элементы гидростоек механизированных крепей при изменении жесткости и диаметра элемента. Таким образом, применение теории упругого основания для расчета круглых элементов секций механизированных крепей позволяет рассчитывать эти элементы с учетом деформации почвы и на основе этих расчетов выдавать рекомендации по сокращению металлоемкости, что является немаловажным фактором в условиях рыночной экономики.

Список литературы

1. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. – М.: Машиностроение, 1973.– 488 с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1975. – 872 с.
3. РД 12.25.163 – 90 Крепи механизированные. Стойки и домкраты. Расчет на прочность. Методика.
4. Тимошенко С.П., Гере Д.Ж. Механика материалов. – М.: Мир, 1976. – 669 с.
5. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1985. – 384 с.
6. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике. – Киев: Наукова Думка, 1974. – 743 с.

References

1. Boyarshinov S.V. Fundamentals of structural mechanics of machines. M.: Engineering, 1973. 488 p.
2. Vygodskii M.Ja. Handbook on higher mathematics. – Moscow: Nauka, 1975. 872 p.
3. RD 12.25.163 – 90 Mechanical support. Racks and Jacks. Calculation of the strength. Methodology.
4. Timoshenko S.P., Gere D.Zh. Mechanics of Materials. Moscow: Mir, 1976. 669 p.
5. Farlow C. Partial differential equations for scientists and engineers. Moscow: Mir, 1985. 384 p.
6. Filchakov P.F. Handbook on higher mathematics. Kiev: Naukova Dumka, 1974. 743 p.

Рецензенты:

Туменов С.Н., д.т.н., профессор, проректор по науке и инновационным технологиям Алматинского технологического университета, г. Алматы;

Кенжин Б.М., д.т.н., профессор, директор ТОО «Карагандинский машиностроительный консорциум», г. Караганда.

Работа поступила в редакцию 29.02.2012.