

УДК 623.827

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОДВИЖНЫМ ОБЪЕКТОМ ПРИ СТУПЕНЧАТОМ ИЗМЕНЕНИИ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Яковенко П.Г.

Томский политехнический университет, Томск, e-mail: pgj75@yandex.ru

Синтез в реальном масштабе времени микропроцессорными средствами оптимальных управлений подвижными объектами при изменении заданий, параметров и возмущающих воздействий во время переходных процессов следует выполнять на имитационных моделях по алгоритмам, основанным на многократном численном решении дифференциальных уравнений с учетом технологических требований и ограничений. Синтез в реальном масштабе времени микропроцессорными средствами оптимальных траекторий движения традиционными методами не всегда эффективен, следует использовать новые приемы. Для решения этой задачи разработана методика последовательного многошагового синтеза оптимальных управлений линейными и нелинейными системами, основанная на элементах методов динамического программирования и имитационного моделирования, принципах «перемены цели» и «ведущего слабого звена». Поиск оптимального управления ведется для малых временных интервалов путем расчета пробных шагов и дальнейших переводов объекта в равновесные состояния. Разработанное алгоритмическое обеспечение может быть использовано при создании микропроцессорных систем управления в судостроении, авиационной и космической технике.

Ключевые слова: методика, синтез управления, системы, ограничения координат

OPTIMAL CONTROL OF MOVABLE OBJECT STEP OF THE DISTURBANCE

Yakovenko P.G.

Tomsk polytechnic university, Tomsk, e-mail: pgj75@yandex.ru

Synthesis of real-time microprocessor means optimal control of moving objects when you change jobs, parameters, and disturbing effects during the transition processes should be carried out simulations using algorithms based on the repeated numerical solution of differential equations taking into account the technological requirements and restrictions. Traditional read-time synthesis of optimal moving tracks by microprocessor units is not always effective. It is desirable to use new methods. To solve this problem the method of continuous multistep synthesis of optimal control laws for both linear and non-linear systems was developed. It is based on elements of dynamic programming and simulating methods, on the principles of «change targeting», and «leading weak element». Optimal control is searching for small periods of time by counting test steps, after that object returns to the steady state. Designed algorithms could be used when creating microprocessor control systems in ship-building, aviation and space technique.

Keywords: method, synthesis control, systems, limited coordinates

Применение микропроцессорной техники для управления переходными процессами требует разработки алгоритмов синтеза в реальном масштабе времени с высокой частотой управляющих воздействий, с учетом возможного изменения во время переходного процесса параметров подвижного объекта, заданий и возмущающих воздействий при строгом выполнении ограничений. Выполнение ограничений достигается, если удастся правильно прогнозировать поведение системы при известных управляющих воздействиях. Использование для этих целей традиционных методов синтеза оптимальных управлений сложными динамическими системами не всегда оправдано [1].

Постановка задачи

Модели подвижных объектов должны отражать их свойства в установившихся и в переходных режимах. Для эффективного управления в большинстве случаев оказывается достаточным получение оптимальных законов на точных математических моделях с учетом технологических требований и ограничений координат [2].

Эти результаты в дальнейшем могут использоваться при программном управлении подвижными объектами после измерения ступенчатых возмущающих воздействий. Требования к алгоритму управления объектом в этом случае оказываются не высокие. Возможен и синтез средствами микропроцессорной техники оптимальных управлений в реальном масштабе времени.

Рассмотрим управление подвижным объектом, модель которого представляется системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = X_2, & \frac{dX_2}{dt} = X_3, \\ \frac{dX_3}{dt} = X_4, & \frac{dX_4}{dt} = X_5 + F, & \frac{dX_5}{dt} = U, \end{cases} \quad (1)$$

где X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 – координаты системы; F – возмущающее воздействие; t – время. Управление выходной координатой X_1 , соответствующей перемещению объекта, осуществляется дискретным входным воздействием U , модуль которого не может превышать значения U_m . Необходимо син-

тезировать микропроцессорными средствами закон изменения управляющего воздействия, обеспечивающего оптимальный по быстрдействию переход без перерегулирования по положению подвижного объекта из любого начального состояния в заданное состояние.

Методика последовательного многошагового синтеза оптимальных управлений

Разработана методика синтеза оптимальных управлений линейными и нелинейными системами [3, 4, 5]. Оптимальный закон составляется из управлений, найденных во время переходного процесса для малых интервалов времени. На начальном этапе рассчитывается прогнозируемое оптимальное управление для очередного шага. Это управление в дальнейшем может быть скорректировано. Затем определяются координаты системы в результате выполнения пробного шага с найденным прогнозируемым управлением. На следующем этапе методом имитационного моделирования выполняется перевод системы по оптимальному закону с учетом принятых ограничений из состояния, полученного в результате выполнения пробного шага, в равновесное состояние.

Сравниваются значения координат системы при переводе ее по оптимальному закону в равновесное состояние с допустимыми значениями координат. Если нет нарушений принятых ограничений, то использованное на пробном шаге управление считается оптимальным и его следует применить для расчета реальных координат системы на очередном шаге. Если наблюдаются нарушения ограничений после перевода системы в равновесное состояние, то использованное на пробном шаге управление не является оптимальным, его следует скорректировать и повторить расчеты по описанному циклу. Оптимальные управления на отдельных шагах составляют в конечном

итоге оптимальный закон управления подвижным объектом с учетом ограничений.

Алгоритм управления подвижным объектом

Рассмотрим алгоритм последовательного многошагового синтеза оптимального по быстрдействию управления подводным подвижным объектом при перемещении без перерегулирования по глубине, с дискретным изменением управляющего воздействия. Для поиска управления воспользуемся расчетом пробных шагов, выполняемых с предельными динамическими возможностями в сторону увеличения скорости объекта с целью скорейшего достижения заданной глубины и последующими переводами его в равновесное состояние. Для определения управления на каждом шаге используем методы имитационного моделирования и динамического программирования.

Определим оптимальное управление $U(t)$, обеспечивающее минимальное время перевода объекта из исходного состояния $X_{1i}(0) = X_{1нач}$, $X_{2i}(0) = 0$, $X_{3i}(0) = 0$, $X_{4i}(0) = 0$, $X_{5i}(0) = 0$, $F(0) = 0$ в заданное состояние $X_{1i}(T) = X_{1з}$, $X_{2i}(T) = 0$, $X_{3i}(T) = 0$, $X_{4i}(T) = 0$, $X_{5i}(T) = -F$. Решение задачи с помощью предложенной методики предполагает, что речь идет о системе с квантованием координат по уровню и по времени. Объект описывается системой разностных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\Delta X_1}{\Delta t} = X_2, & \frac{\Delta X_2}{\Delta t} = X_3, \\ \frac{\Delta X_3}{\Delta t} = X_4, & \frac{\Delta X_4}{\Delta t} = X_5 + F, & \frac{\Delta X_5}{\Delta t} = U, \end{cases} \quad (2)$$

где $\Delta X_1, \Delta X_2, \Delta X_4$ и ΔX_5 приращения координат объекта за шаг интегрирования Δt . Определение оптимального по быстрдействию управления на очередном реальном шаге начинается с расчета управления U_{p1} , обеспечивающего максимальное приращение координаты X_1 на первом пробном шаге.

$$\begin{cases} \Delta X_{1p1} = X_{1z} - X_{1i}, & X_{2p1} = \frac{\Delta X_{1p1}}{\Delta t}, & \Delta X_{2p1} = X_{2p1} - X_{2i}, \\ X_{3p1} = \frac{\Delta X_{2p1}}{\Delta t}, & \Delta X_{3p1} = X_{3p1} - X_{3i}, & X_{4p1} = \frac{\Delta X_{3p1}}{\Delta t}, \\ \Delta X_{4p1} = X_{4p1} - X_{4i}, & X_{5p1} = \frac{\Delta X_{4p1}}{\Delta t} - F, \\ \Delta X_{5p1} = X_{5p1} - X_{5i}, & U_{p1} = U_m \cdot \text{Sign}(\Delta X_{5p1}). \end{cases} \quad (3)$$

Рассчитываются координаты объекта $X_{1p1}, X_{2p1}, X_{3p1}, X_{4p1}$ и X_{5p1} после выпол-

нения первого пробного шага с управлением U_{p1} .

$$\begin{cases} \Delta X_{5p1} = U_{p1} \cdot \Delta t, & X_{5p1} = X_{5i} + \Delta X_{5p1}, \\ \Delta X_{4p1} = (X_{5p1} + F) \cdot \Delta t, & X_{4p1} = X_{4i} + \Delta X_{4p1}, \\ \Delta X_{3p1} = X_{4p1} \cdot \Delta t, & X_{3p1} = X_{3i} + \Delta X_{3p1}, \\ \Delta X_{2p1} = X_{3p1} \cdot \Delta t, & X_{2p1} = X_{2i} + \Delta X_{2p1}, \\ \Delta X_{1p1} = X_{2p1} \cdot \Delta t & X_{1p1} = X_{1i} + \Delta X_{1p1}. \end{cases} \quad (4)$$

Осуществляется проверка возможности выполнения аналогичного шага в реальной системе. Процедура начинается с задания начальных условий координатам X_{1p2} , X_{2p2} , X_{3p2m1} , X_{4p2m1} , X_{5p2m1} для второго пробного шага, которые принимают значения, полу-

ченные после выполнения первого пробного шага.

$$\begin{aligned} X_{1p2} &= X_{1p1}; & X_{2p2} &= X_{2p1}; & X_{3p2m1} &= X_{3p1}; \\ X_{4p2m1} &= X_{4p1}; & X_{5p2m1} &= X_{5p1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Определяется оптимальное управление U_{p2} на втором пробном шаге.

$$\begin{cases} \Delta X_{2p2} = -X_{2p2}, & X_{3p2} = \frac{\Delta X_{2p2}}{\Delta t}, & \Delta X_{3p2} = X_{3p2} - X_{3p2m1}, \\ X_{4p2} = \frac{\Delta X_{3p2}}{\Delta t}, & \Delta X_{4p2} = X_{4p2} - X_{4p2m1}, & X_{5p2} = \frac{\Delta X_{4p2}}{\Delta t} - F, \\ \Delta X_{5p2} = X_{5p2} - X_{5p2m1}, & U_{p2} = U_m \cdot \text{Sign}(\Delta X_{5p2}). \end{cases} \quad (6)$$

Рассчитываются координаты объекта X_{1p2} , X_{2p2} , X_{3p2} , X_{4p2} и X_{5p2} после выпол-

нения второго пробного шага с управлением U_{p2} .

$$\begin{cases} \Delta X_{5p2} = U_{p2} \cdot \Delta t, & X_{5p2} = X_{5p2m1} + \Delta X_{5p2}, \\ X_{5p2m1} = X_{5p2}, & \Delta X_{4p2} = (X_{5p2} + F) \cdot \Delta t, \\ X_{4p2} = X_{4p2m1} + \Delta X_{4p2}, & X_{4p2m1} = X_{4p2}, \\ \Delta X_{3p2} = X_{4p2} \cdot \Delta t, & X_{3p2} = X_{3p2m1} + \Delta X_{3p2}, \\ X_{3p2m1} = X_{2p2}, & \Delta X_{2p2} = X_{3p2} \cdot \Delta t, \\ X_{2p2} = X_{2p2} + \Delta X_{2p2}, & \Delta X_{1p2} = X_{2p2} \cdot \Delta t & X_{1p2} = X_{1p2} + \Delta X_{1p2}. \end{cases} \quad (7)$$

Задаются начальные условия для выполнения третьего пробного шага

$$\begin{aligned} X_{1p3} &= X_{1p2}, & X_{2p3} &= X_{2p2}, & X_{3p3} &= X_{3p2}, \\ X_{4p3m1} &= X_{4p2}, & X_{5p3m1} &= X_{5p2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Методом динамического программирования последовательно от выхода к входу объекта определяется оптимальное по быстродействию управление U_{p3} на третьем пробном шаге.

$$\begin{cases} \Delta X_{3p3} = -X_{3p3}, & X_{4p3} = \frac{\Delta X_{3p3}}{\Delta t}, & \Delta X_{4p3} = X_{4p3} - X_{4p2m1}, \\ X_{5p3} = \frac{\Delta X_{4p3}}{\Delta t} - F, & \Delta X_{5p3} = X_{5p3} - X_{5p3m1}, & U_{p3} = U_m \cdot \text{Sign}(\Delta X_{5p3}). \end{cases} \quad (9)$$

Последовательно от входа к выходу модели объекта рассчитываются координаты X_{1p3} , X_{2p3} , X_{3p3} , X_{4p3} и X_{5p3} после выполнения

третьего пробного шага с управлением U_{p3} . Задаются начальные условия для выполнения четвертого пробного шага.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta X_{5p3} = U_{p3} \cdot \Delta t, \quad X_{5p3} = X_{5p3m1} + \Delta X_{p3}, \\ X_{5p3m1} = X_{5p3}, \quad \Delta X_{4p3} = (X_{5p3} + F) \cdot \Delta t, \\ X_{4p3} = X_{4p3m1} + \Delta X_{4p3}, \quad X_{4p3m1} = X_{4p3}, \\ \Delta X_{3p3} = X_{4p3} \cdot \Delta t, \quad X_{3p3} = X_{3p3} + \Delta X_{3p3}, \\ \Delta X_{2p3} = X_{3p3} \cdot \Delta t, \quad X_{2p3} = X_{2p3} + \Delta X_{2p3}, \\ \Delta X_{1p3} = X_{2p3} \cdot \Delta t, \quad X_{1p3} = X_{1p3} + \Delta X_{1p3}. \end{array} \right. \quad (10)$$

$$X_{1p4} = X_{1p3}, X_{2p4} = X_{2p3}, X_{3p4} = X_{3p3}, X_{4p4} = X_{4p3}, X_{5p4m1} = X_{5p3}. \quad (11)$$

Определяется оптимальное управление U_{p4} на четвертом пробном шаге.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta X_{4p4} = -X_{4p4}, \quad X_{5p4} = \frac{\Delta X_{4p4}}{\Delta t} - F, \\ \Delta X_{5p4} = X_{5p4} - X_{5p4m1}, \quad U_{p4} = U_m \cdot \text{Sign}(\Delta X_{5p4}). \end{array} \right. \quad (12)$$

Последовательно рассчитываются координаты X_{1p4} , X_{2p4} , X_{3p4} , X_{4p4} и X_{5p4} после выполнения четвертого пробного шага с управлением U_{p4} .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta X_{5p4} = U_{p4} \cdot \Delta t, \quad X_{5p4} = X_{5p4m1} + \Delta X_{5p4}, \\ X_{5p4m1} = X_{5p4}, \quad \Delta X_{4p4} = (X_{5p4} + F) \cdot \Delta t, \\ X_{4p4} = X_{4p4} + \Delta X_{4p4}, \quad \Delta X_{3p4} = X_{4p4} \cdot \Delta t, \\ X_{3p4} = X_{3p4} + \Delta X_{3p4}, \quad \Delta X_{2p4} = X_{3p4} \cdot \Delta t, \\ X_{2p4} = X_{2p4} + \Delta X_{2p4}, \quad \Delta X_{1p4} = X_{2p4} \cdot \Delta t \\ X_{1p4} = X_{1p4} + \Delta X_{1p4}. \end{array} \right. \quad (13)$$

Задаются начальные условия для выполнения пятого пробного шага

$$X_{1p5} = X_{1p4}, X_{2p5} = X_{2p4}, X_{3p5} = X_{3p4}, X_{4p5} = X_{4p4}, X_{5p5} = X_{5p4}. \quad (14)$$

Определяется оптимальное по быстродействию управление U_{p5} на пятом пробном шаге.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta X_{5p5} = -X_{5p5} - F, \quad U_{p5} = U_m \cdot \text{Sign}(\Delta X_{5p5}). \end{array} \right. \quad (15)$$

Рассчитываются координаты объекта X_{1p5} , X_{2p5} , X_{3p5} , X_{4p5} и X_{5p5} после выполнения пятого пробного шага с управлением U_{p5} .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta X_{5p5} = U_{p5} \cdot \Delta t, \quad X_{5p5} = X_{5p5} + \Delta X_{5p5}, \\ \Delta X_{4p5} = (X_{5p5} + F) \cdot \Delta t, \quad X_{4p5} = X_{4p5} + \Delta X_{4p5}, \\ \Delta X_{3p5} = X_{4p5} \cdot \Delta t, \quad X_{3p5} = X_{3p5} + \Delta X_{3p5}, \\ \Delta X_{2p5} = X_{3p5} \cdot \Delta t, \quad X_{2p5} = X_{2p5} + \Delta X_{2p5}, \\ \Delta X_{1p5} = X_{2p5} \cdot \Delta t, \quad X_{1p5} = X_{1p5} + \Delta X_{1p5}. \end{array} \right. \quad (16)$$

В равновесном состоянии значение координаты X_{5p5} должно быть равно значению возмущающего воздействия с обратным знаком $-F$. Если это условие не выполняется, то рассчитывается по выражениям (15) и (16) следующий пятый пробный шаг с ранее полученными новыми начальными условиями.

После выполнения условия $X_{5p5} = -F$ оценивается значение координаты X_{4p5} . В равновесном состоянии значение координаты X_{4p5} должно быть равно нулю. Если это условие не выполняется, то рассчитывается по выражениям (12) и (13) следующий четвертый пробный шаг с ранее полученными новыми начальными условиями. Затем по

выражениям (14), (15) и (16) изменяется координата X_{3p5} до значения $-F$. Таким способом обеспечивается одновременное получение значений координат X_{4p5} и X_{4p5} в равновесном состоянии.

После выполнения условий $X_{5p5} = -F$ и $X_{4p5} = 0$ оценивается значение координаты X_{3p5} . В равновесном состоянии значение координаты X_{3p5} должно быть равно нулю. Если это условие не выполняется, то рассчитывается по выражениям (9) и (10) следующий третий пробный шаг с ранее полученными новыми начальными условиями. Затем по выражениям (11)–(16) изменяются координаты объекта X_{5p5} , X_{4p5} и X_{3p5} до значений, соответствующих значениям этих координат в равновесном состоянии.

После выполнения условий $X_{5p5} = -F$, $X_{4p5} = 0$ и $X_{3p5} = 0$ оценивается значение координаты X_{2p5} . В равновесном состоянии значение координаты X_{2p5} должно быть рав-

но нулю. Если это условие не выполняется, то рассчитывается по выражениям (6) и (7) следующий второй пробный шаг с ранее полученными новыми начальными условиями. Затем по выражениям (8)–(16) с помощью ранее описанной методики изменяются координаты объекта X_{5p5} , X_{4p5} , X_{3p5} и X_{2p5} до значений, соответствующих значениям этих координат в равновесном состоянии.

После выполнения условий $X_{5p5} = -F$, $X_{4p5} = 0$, $X_{3p5} = 0$ и $X_{2p5} = 0$ оценивается значение координаты X_{1p5} . Если значение X_{1p5} превышает значение X_{1z} , то управление U реальным объектом на очередном шаге принимает значение $-U_{p1}$. Если значение X_{1p5} не превышает заданное значение X_{1z} , то управление U реальным объектом на очередном шаге принимает значение U_{p1} с первого пробного шага.

Рассчитываются координаты реального объекта X_{1p} , X_{2p} , X_{3p} , X_{4p} и X_{5p} после выполнения очередного шага с найденным управлением U .

$$\begin{cases} \Delta X_{5i} = U \cdot \Delta t, & X_{5i} = X_{5i} + \Delta X_{5i}, \\ \Delta X_{4i} = (X_{5i} + F) \cdot \Delta t, & X_{4i} = X_{4i} + \Delta X_{4i}, \\ \Delta X_{3i} = X_{4i} \cdot \Delta t, & X_{3i} = X_{3i} + \Delta X_{3i}, \\ \Delta X_{2i} = X_{3i} \cdot \Delta t, & X_{2i} = X_{2i} + \Delta X_{2i}, \\ \Delta X_{1i} = X_{2i} \cdot \Delta t, & X_{1i} = X_{1i} + \Delta X_{1i}. \end{cases} \quad (17)$$

Для последующих шагов синтез управления выполняется по аналогичной методике. Оптимальное время перевода объекта из исходного состояния $X_1(0) = 0,99$, $X_2(0) = 0$, $X_3(0) = 0$, $X_4(0) = 0$, $X_5(0) = 0$, $F(0) = 0$ в заданное состояние $X_1(T) = 1$, $X_2(T) = 0$, $X_3(T) = 0$, $X_4(T) = 0$, $X_5(T) = 0,1$ при $F(T) = -0,1$ и $U_m = 1$ составило 5,508 с. Изменение в широких пределах параметров объекта и ограничений не нарушает работоспособности алгоритма.

Заключение

Методика последовательного многошагового синтеза позволяет синтезировать микропроцессорными средствами в реальном масштабе времени оптимальные управления высокоскоростными подвижными объектами, автоматизировать сложные производственные процессы, исследовать предельные динамические возможности нелинейных систем высокого порядка с ограничением координат.

Список литературы

1. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: Изд. Иностран. лит., 1960. – 400 с.
2. Мясников В.А., Игнатьев М.Б., Покровский А.М. Программное управление оборудованием. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1974. – 540 с.
3. Яковенко П.Г. Методика последовательного многошагового синтеза оптимальных управлений // Известия ТПУ. – 2003. – Т. 306. №2. – С. 95–98.

4. Яковенко П.Г. Синтез оптимальных управлений подвижными объектами во время переходных процессов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – Таганрог: ЮФУ, 2008. – № 12. – С. 63–73.

5. Яковенко П.Г. Управление переходными процессами в системах с ограничением координат // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика – Томск: ТГУ, 2008. – № 3(4). – С. 42–52.

References

1. Bellman R. Dinamicheskoe programmirovaniye. M.: Ipd. Inost. lit., 1960, 400 p.
2. Myasnikov V.A., Ignat'ev M.B., Pokrovskii A.M. Programmnoe upravleniye oborudovaniem. L.: Mashinostroeniye, Leningr. otd., 1974, 540 p.
3. Yakovenko P.G. Metodika posledovatel'nogo mnogoshagovogo sintesa optimalnix upravlenii. Izvestiya TPU, 2003, t. 306, no. 2, pp. 95–98.
4. Yakovenko P.G. Sintez optimalnix upravlenii podvishnimi obektami vo vremya perexodnix prozessov. Izvestiya Ushnogo federalnogo universiteta. Texnishieskie nauki. Taganrog: UFU, 2008, no. 12, pp. 63–73.
5. Yakovenko P.G. Upravleniye perexodnimi prozessami v sistemax s ogranisheniem koordinat. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mexanika. Tomsk: TGU, 2008, no. 3(4), pp. 42–52.

Рецензенты:

Кориков А.М., д.т.н., профессор Томского государственного университета систем управления и электроники, г. Томск;

Светлаков А.А., д.т.н., профессор Томского государственного университета систем управления и электроники, г. Томск.

Работа поступила в редакцию 12.04.2012.