УДК 511.331.1

УСТОЙЧИВЫЕ ЗАКОНЫ И ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Мазуркин П.М.

Марийский государственный технический университет, Йошкар-Ола, e-mail: kaf_po@mail.ru

Мощность полного ряда простых чисел от разряда десятичной системы идентифицируется законом экспоненциального роста с 14 фундаментальными физическими постоянными. Модель, полученная по параметрам из физических констант, оказалась с меньшей погрешностью и она точнее дает прогнозы относительной мощности множества простых чисел. Максимальная абсолютная погрешность мощности (количества простых чисел) традиционного ряда в три раза выше по сравнению с предложенным нами полным рядом простых чисел. Поэтому традиционный ряд 2, 3, 5, 7, … является только частным случаем. Преобразование ln10 = 2,302585... оказалось огрублением, приводящим к ложной идентификации физико-математических закономерностей у разных рядов простых чисел. Модель, полученная из физических констант, оказалась намного точнее по относительной погрешности, а также она точнее дает прогнозы относительной мощности множества простых чисел с увеличением разряда десятичной системы счисления.

Ключевые слова: простые числа, полный ряд, физические постоянные, связь

STABLE LAWS AND THE NUMBER OF ORDINARY

Mazurkin P.M.

Mari State Technical University, Yoshkar-Ola, e-mail: kaf_po@mail.ru

Power total number of primes from the discharge of the decimal system is identified by the law of exponential growth with 14 fundamental physical constants. Model obtained on the parameters of the physical constants, proved less of the error and it gives more accurate predictions of the relative power of the set of prime numbers. The maximum absolute error of power (the number of primes), the traditional number is three times higher than suggested by us complete a number of prime numbers. Therefore, the traditional number 2, 3, 5, 7, ... is only a special case. The transformation ln10 = 2,302585... it was a rough rounded, leading to false identification of physico-mathematical regularities of different series of prime numbers. Model derived from physical constants, proved more accurate than the relative accuracy, and it gives more accurate predictions of the relative power of the set of prime numbers with increasing discharge the decimal number system.

Keywords: primes, total number, physical constants, the relationship

Простое чисó – это натуральное число $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$, имеющее два натуральных делителя: единицу и самого себя. Возможны варианты распределения или ***ряда простых чисел*** (РПЧ):

1) конечномерный ряд критичных простых чисел $P = \{0, 1, 2\}$;

2) некритичные простые числа $P = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\}$;

3) традиционный [1] ряд простых чисел $a(n) = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\}$ с порядковым номером $n = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, который рассматривался Риманом и многими учеными;

4) неполный ряд простых чисел [2] $P = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\}$;

5) полный ряд простых чисел $P = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\}$, равномощный ряду N натуральных чисел.

В литературе основное внимание уделяется РПЧ$_3$, при этом мы не нашли достаточных публикаций по анализу РПЧ$_4$, а остальные ряды были предложены нами.

Методология. Основным становятся натуральные числа в области $(0; \infty)$. При этом пропускаем вид целых чисел из-за неприятия отрицательных чисел. Для удобства математического анализа будем употреблять рациональные числа. При количественном анализе происходит прыжок к виду действительных (вещественных) чисел по схеме $P \subset N \subset R \not\subset C$ без учета комплексных чисел, но с иррациональными числами типа $e = 2{,}71...$ и $\pi = 3{,}14...$ (18 знаков после запятой в программной среде CurveExpert) и другими фундаментальными постоянными.

Биотехнический закон и его фрагменты. По схеме «от простого к сложному» в табл. 1 даны устойчивые законы, применяемые для построения формул закономерностей. Обобщающей формулой является биотехнический закон [3].

Формула вместе с конечномерным РПЧ запускается в программную среду CurveExpert для идентификации параметров устойчивого закона и волновых закономерностей. Поиск значений параметров модели называется ***структурно-параметрической идентификацией***.

Для процессов поведения живого и/или косного вещества (по В.И. Вернадскому) параметры a, b, c, d биотехнического закона и его фрагментов могут приближаться к фундаментальным физическим постоянным и это было показано в распределении химических элементов [4].

Мощность ряда простых чисел. По данным [1] для РПЧ$_3$ и нашим расчетам по РПЧ$_5$ в табл. 2 приведены кардинальные числа и их отношения РПЧ$_5$/РПЧ$_3$.

Таблица 1

Математические конструкты в виде устойчивых законов
для построения статистической модели

Фрагменты без предыстории изучаемого явления или процесса	Фрагменты с предысторией изучаемого явления или процесса
$y = ax$ – закон линейного роста или спада (при отрицательном знаке перед правой стороной приведенной формулы)	$y = a$ – закон невлияния принятой переменной на показатель, который имеет предысторию значений до периода (интервала) проведенных измерений
$y = ax^b$ – **закон показательного роста** (закон показательной гибели $y = ax^{-b}$ не является устойчивым из-за появления бесконечности при нулевом значении объясняющей переменной	$y = a\exp(\pm cx)$ – закон Лапласа в математике (Ципфа в биологии, Парето в экономике, Мандельброта в физике) экспоненциального роста или гибели, относительно которого Лаплас создал метод операторных исчислений
$y = ax^b\exp(-cx)$ – биотехнический закон (закон мастерства жизни) в упрощенной форме	$y = a\exp(\pm cx^d)$ – **закон экспоненциального роста или гибели** (П.М. Мазуркин)
$y = ax^b\exp(-cx^d)$ – **биотехнический закон**, предложенный проф. П.М. Мазуркиным	

Таблица 2

Относительное кардинальное число роста мощности (количества) простых чисел

Разряд i_{10}	Мощность чисел $N = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ x	Традиционный РПЧ$_3$ [1]		Полный РПЧ$_5$		РПЧ$_5$/РПЧ$_3$, %	
		Мощность $\pi(x)$	$x/\pi(x)$	Мощность $\pi(x)$	$x/\pi(x)$	$\pi(x)$	$x/\pi(x)$
1	10	4	2,5	6	1,6667	**150,00**	66,67
2	100	25	4,0	27	3,7037	108,00	92,59
3	1 000	168	6,0	170	5,8824	101,19	98,04
4	10 000	1 229	8,1	1 231	8,1235	100,16	100,29
5	100 000	9 592	10,4	9 594	10,4232	100,02	100,22
6	1 000 000	78 498	12,7	78 500	12,7389	100,00	**100,31**
7	10 000 000	664 579	15,0	664 581	15,0471	100,00	100,31
8	100 000 000	5 761 455	17,4	5 761 457	17,3567	100,00	99,75
9	1 000 000 000	50 847 534	19,7	50 847 536	19,6666	100,00	99,83
10	10 000 000 000	455 052 512	22,0	455 052 514	21,9755	100,00	99,89

В первом разряде десятичных чисел разница между полным и традиционным рядами простых числе равна 150 %. А относительное кардинальное число имеет максимум 100,31 при $i_{10} = 6$ и минимум 66,67 при $i_{10} = 1$. Какой РПЧ лучше? Заранее скажем, что РПЧ$_5$.

Традиционный РПЧ. С увеличением десятичного разряда натуральных чисел рост относительного кардинального числа множества простых чисел мощностью более 455 млн происходит (рис. 1) по детерминированной модели закона экспоненциального роста

$$x / \pi(x) = 0{,}00066575\exp(8{,}10285 i_{10}^{\,0{,}10893}). \quad (1)$$

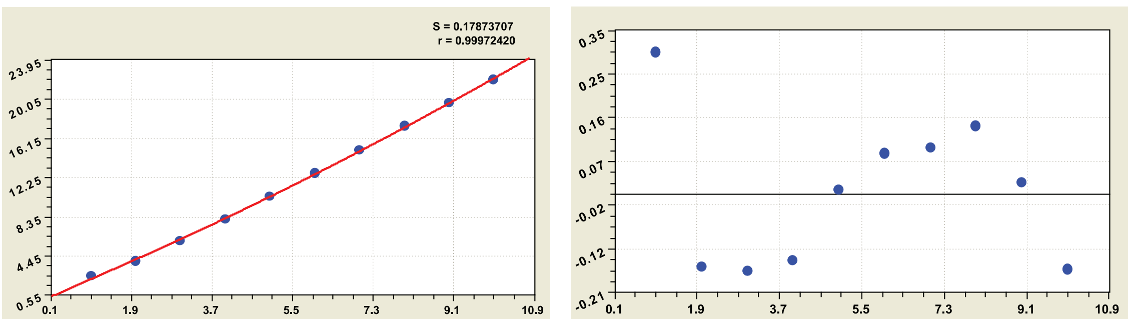


Рис. 1. График закона экспоненциального роста (1) относительной мощности и остатки после него:
S – дисперсия; r – коэффициент корреляции

По остаткам была получена (рис. 2) вейвлет-функция (о ней во второй статье)

$$\varepsilon = 88,26937\exp(-5,36239 i_{10}^{\;0,098706})\cos\left(\frac{\pi i_{10}}{0,59537 + 1,47125 i_{10}^{\;0,27860}} - 0,67755\right). \quad (2)$$

Закон экспоненциальной гибели перед функцией косинуса показывает половину амплитуды колебательного возмущения мощности РПЧ$_3$. Из-за высокого значения остатка при $i_{10} = 1$ получается, что при теоретически возможном нулевом разряде количество простых чисел должно быть 88.

Объединение формул (1) и (2) дает двухчленную модель с волновой функцией (рис. 3) вида

$$x/\pi(x) = 0,00074272\exp(8,15289 i_{10}^{\;0,10111}) +$$
$$+956,514\exp(-5,28998 i_{10}^{\;0,21896})\cos\left(\frac{\pi i_{10}}{-0,14154 + 15,52749\, i_{10}^{\;-0,33681}} + 1,38397\right). \quad (3)$$

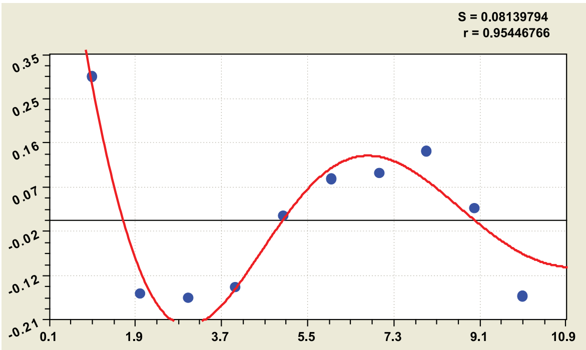


Рис. 2. График остатков по модели (2)

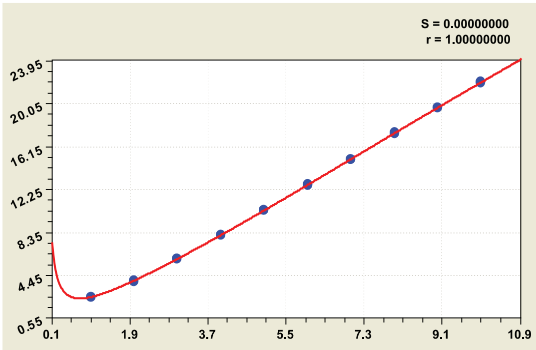


Рис. 3. Относительная мощность традиционного ряда

Начало волны сместилось до 957 простых чисел при нулевом разряде десятичной системы. Под функцией косинуса изменился полупериод колебания: начало сместилось в первый разряд отрицательных чисел. Полупериод резко нарастает, а параметр интенсивности гибели –0,33681 показывает аномальное поведение модели (3).

На рис. 3 видно, что график повторяет часть кривой дзета-функции Римана в положительной области комплексных чисел.

Полный ряд. Этот РПЧ$_5$ получил детерминированную закономерность (рис. 4) вида

$$x/\pi(x) = 1,50030\cdot 10^{-24}\exp(55,46724 i_{10}^{\;0,019036}). \quad (4)$$

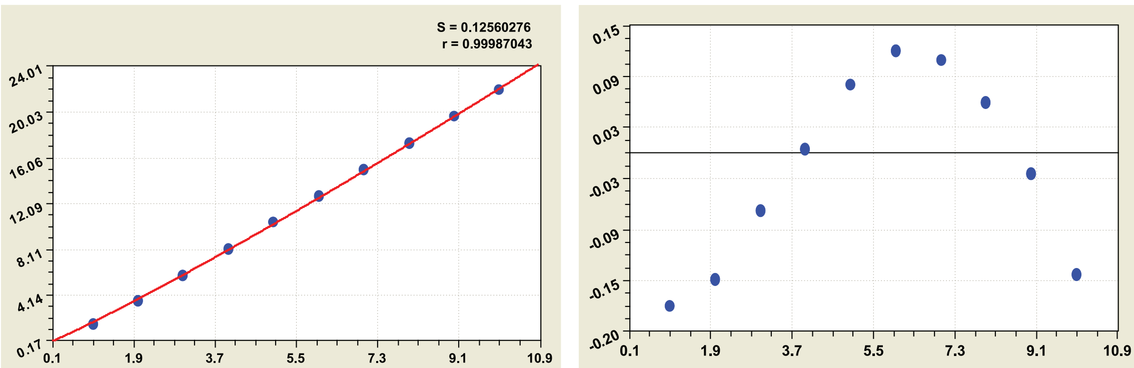


Рис. 4. График закона экспоненциального роста (4) и остатки после него

Остатки имеют относительно ровное колебание и определяются (рис. 5) формулой

$$\varepsilon = -0,20751\exp(-0,16759 i_{10}^{\;0,48624})\cos(\pi i_{10}/(8,19322 - 0,31718 i_{10}^{\;0,99304}) - 0,22080). \quad (5)$$

В ряде натуральных чисел ***0, 1, 2***, **3**, 4, **5**, 6, **7**, 8, 9 имеется шесть простых чисел, три из которых (0, 1, 2) критичные (отрицательный знак перед формулой колебания), а еще три числа (3, 5, 7) – некритичные. При нуле нет простых чисел, поэтому закон экспоненциального роста начинается с малых действительных (вещественных) чисел $1,50030\cdot 10^{-24}$ и –0,20751.

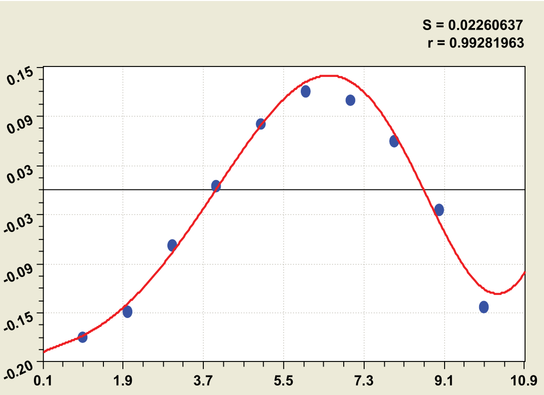


Рис. 5. График остатков по модели (5)

В формуле (5) половина амплитуды возмущения мощности РПЧ$_5$ имеет численное значение всего 0,20751. Начальный полупериод 8,19322 затухающего колебания приближается к 8.

У выражения частотной характеристики

$$8{,}19322 - 0{,}31718 i_{10}^{0{,}99304}$$

колебательного возмущения происходит спад полупериода волны, т.е. с увеличением разряда i_{10} происходит рост частоты колебания на шкале натуральных чисел $N = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ и это – эффект тремора.

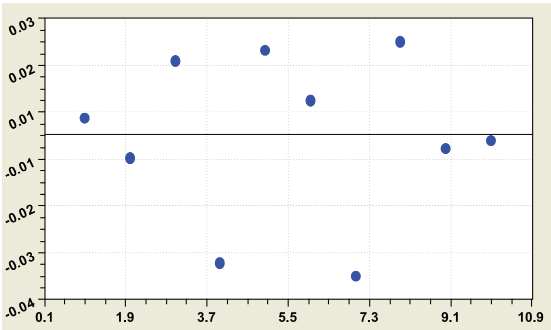
Общее уравнение характеризуется двухчленной формулой

$$x / \pi(x) = 1{,}49766 \cdot 10^{-24} \exp(55{,}46556 i_{10}^{0{,}019025}) - \\ -0{,}18905 \exp(-0{,}0032736 i_{10}^{1{,}00713}) \cos(\pi i_{10} / (7{,}40869 - 0{,}23358 i_{10}^{0{,}61848}) - 0{,}028862). \quad (6)$$

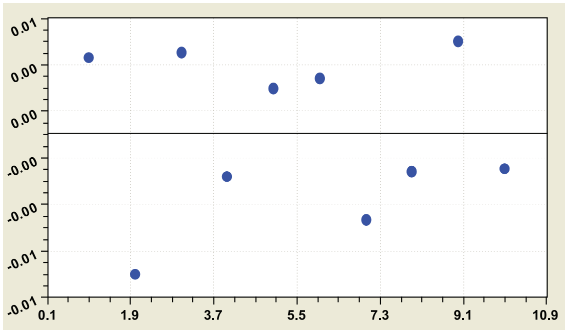
Остатки после формулы (6) столь малы, что, как видно в правом верхнем углу на рис. 6, дисперсия этих остатков равна нулю, а коэффициент корреляции равен единице.

Сравнение по остаткам формул (3) и (6) показано на рис. 6.

Максимальная абсолютная погрешность мощности (количества простых чисел) традиционного ряда в три раза выше по сравнению с полным рядом простых чисел. Тогда получается, что традиционный ряд является только частным случаем.



Остатки после статистической модели (3) распределения традиционного ряда простых чисел



Остатки после двухчленной статистической модели (6) распределения полного ряда простых чисел

Рис. 6. Графики абсолютной погрешности у закономерностей роста мощности простых чисел

Не менять шкалу отсчета натуральных простых чисел. Эта рекомендация на будущее в изучении простых чисел исходит из того, что, начиная с Римана, применяют натуральный логарифм и ищут эмпирическую формулу [1]. Приведем цитату из статьи Дона Цагира:

«Видно (см. табл. 2.), что отношение x к $\pi(x)$ при переходе от данной степени десяти к последующей всё время увеличивается примерно на 2,3. Математики сразу узнают в числе 2,3 логарифм 10 (разумеется, по основанию e). В результате возникает предположение, что $\pi(x) \sim |x / \ln x|$, причём знак ~ означает, что отношение соединённых им выражений с ростом стремится к 1. Это асимптотическое равенство, впервые доказанное в 1896 г., называется в настоящее время ***законом распределения простых чисел***. Гаусс, величайший из математиков, открыл этот закон в пятнадцатилетнем возрасте, изучая таблицы простых чисел, содержавшиеся в подаренной ему за год до того таблице логарифмов».

Мы не поленились проверить утверждение «отношение x к $\pi(x)$ при переходе от данной степени десяти к последующей всё время увеличивается примерно на 2,3» и результаты расчетов привели в табл. 3. Здесь числа 2,30 в РПЧ$_3$ нет (если есть, то ошибка приближения к 2,30 равна 100(2,5 – 2,3)/2,3 = 8,70 %, что очень много), но есть стремление к 1. При этом полный ряд дает в начале интервала разрядов более значимую кратность 2,22 (ошибка 3,47 %).

Таблица 3

Кратность кардинального числа

Разряд i_{10}	Частный РПЧ$_3$ [1]		Полный РПЧ$_5$	
	$x/\pi(x)$	кратность	$x/\pi(x)$	кратность
1	2,5	-	1,6667	-
2	4,0	1,60	3,7037	2,22
3	6,0	1,50	5,8824	1,59
4	8,1	1,35	8,1235	1,38
5	10,4	1,28	10,4232	1,28
6	12,7	1,22	12,7389	1,22
7	15,0	1,18	15,0471	1,18
8	17,4	1,16	17,3567	1,15
9	19,7	1,13	19,6666	1,13
10	22,0	1,12	21,9755	1,12

Равномощными два множества РПЧ$_3$ и РПЧ$_5$ можно считать, начиная с разрядов $i_{10} \geq 9$ в десятичной системе счисления.

С ростом x верным утверждением является сходимость к 1. Для этого идентифицируем закон гибели (в общей форме из табл. 1) по статистическим данным табл. 3.

Для полного ряда получена формула

$$card(x_i / \pi(x_i) / (x_{i-1} / \pi(x_{i-1})) = 1,09980 + $$
$$+ 1788,3968 \exp(-6,20754 i_{10}^{\;0,24956}). \quad (7)$$

Уравнение (7) показывает, что отношение кардинальных чисел не будет приближаться к единице, а может достичь только значения 1,0998. Тогда получается, что числа 0 и 1 из ряда простых чисел исключены сознательно, чтобы получить приближение к числу $\ln x = 2,30$. Но затем ученым пришлось заняться поправками к отношению $x/\pi(x)$.

Из статьи [1] читаем: «Проведя более тщательные и полные вычисления, Лежандр в 1808 г. обнаружил, что особенно хорошее приближение получается, если вычесть из $\ln x$ не 1, а 1,08366, т.е.

$$\pi(x) \sim \left| x / (\ln x - 1,08366) \right|».$$

В формуле (7) константа 1,09980 мало отличается.

Итак, усеченный (без 0 и 1) ряд простых чисел по мощности изучался в системе счисления с основанием $e = 2,718281828\ldots$

Известно, что эта система счисления обладает наибольшей плотностью записи информации и относится к нецелочисленным позиционным системам. Но нецелые числа не относятся к натуральным числам Nи тем более к ряду простых чисел $a(n) = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\}$.

Таким образом, преобразование $\ln 10 = 2,302585...$ оказалось огрублением, приводящим к ложной идентификации физико-математических закономерностей разных рядов простых чисел.

С «легкой» руки Гаусса в математике бурно развилась ***теория аппроксимации***, которая позволяла линеаризовать шкалы абсцисс и ординат через $\ln x$ и $\ln y$. Тем самым происходит коренное преобразование статистических данных, представленной вначале в десятичной системе счисления, в логарифмическую. В итоге образуются ***закрытые по конструкции закономерности***, которые не только трудно понять, но у них теряется и наглядность графического и тем более – физического представления. Поэтому будем и дальше в своих публикациях рекомендовать читателям ***открытую систему математических конструктов*** по законам из табл. 1.

Фундаментальные постоянные. Формулы из табл. 1 дают идентифицировать фундаментальные физические постоянные по параметрам a, b, c, d. Сами процессы неизвестны.

Внимательно рассмотрим формулу (4) и сравним значения параметров этой математической модели с фундаментальными константами. Напомним, что Дон Цагир [1] проанализировал (см. табл. 2) очень большой ряд натуральных чисел $\tilde{N} = \{0,1,2,3,...,10\}^{10}$ с конечномерным рядом $a(n) = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\}$ простых чисел и дал их ряд до $\pi(x) \to 455\,052\,512$.

Мы выдвинули гипотезу (табл. 4): с увеличением относительной мощности полного ряда простых чисел параметры модели (4) будут стремиться к фундаментальным постоянным [5].

В первом приближении заменим закон (4) на физический эквивалент по формуле

$$x / \pi(x) = \frac{\sqrt{5}+1}{2 \cdot 10} \frac{\mu_p}{\mu_N} \mu_B e^{\left(m_e \alpha \sigma \;\; \frac{g_n}{10} \frac{m_p}{m_n}\right) i_{10}^{\frac{4}{\pi} c2 \left(\frac{\mu_e}{\mu_B} g_e - 1\right)^8}}, \quad (8)$$

условные обозначения параметров модели (8) даны в табл. 4 (10 – основание счисления). В дальнейшем необходимо тщательно изучить эту формулу.

Закон с фундаментальными константами. С учетом фундаментальных физических постоянных из табл. 4 (табл. 5) запишем модель (8) в виде закона экспоненциального роста

$$x / \pi(x)_f = 4,1908462 \cdot 10^{-24} \exp(54,435096 i_{10}^{\;0,0190103}). \quad (9)$$

Таблица 4

Сравнение параметров модели (4) мощности РПЧ$_5$ с фундаментальными физическими постоянными

Параметр первого члена статистической модели (6)			Фундаментальная физическая постоянная		Кратность к параметру модели (4)
тип	наименование	значение	наименование	значение	
Число времени		18 знаков*	Число Непера	$e = 2,71828...$	≈ 1
Тренд (тенденция) простых чисел	Начало ряда простых чисел	$1,50030 \cdot 10^{-24}$	Бора магнетон	$\mu_B = 9,27402 \cdot 10^{-24}$	$6,1814 \to 10\varphi^{-1}$
	Активность роста мощности	55,46724	Масса электрона (а.е.м.)$\cdot 10^{-24}$	$m_e = 5,485799$	$55,58486 = m_e\sigma = 1,0021105$
	Интенсивность роста мощности	0,019036	Излучение: вторая постоянная	$c_2 = 0,0143877$	$0,75582 \to \pi/4$
Число гармонии		18 знаков*	Золотое сечение $\varphi = 1,61803...$	$\varphi^{-1} = 0,61803...$	≈ 1
Параметры земли	Атмосфера	Точно	Атмосфера стандартная	$\sigma_a = 101325$	1
	Гравитация	Ускорение силы тяжести (стандартное)		$g_n = 9,80665$	1
Атом	Протон	Магнитный момент/ядерный магнетон		$\mu_p/\mu_N = 2,7928474$	≈ 1
		Масса протона (а.е.м.)		$m_p = 1,00727647$	≈ 1
	Нейтрон	Магнитный момент нейтрона		$\mu_n = 0,96623707$	≈ 1
		Масса нейтрона (а.е.м.)		$m_n = 1,0086649$	≈ 1
	Электрон	Магнитный момент/Бора магнетон		$\mu_e/\mu_B = 1,00115965$	≈ 1
		Аномалия магнитного момента		$g_e = 2,0023193$	≈ 1
Число пространства		18 знаков*	Число Архимеда $\pi/4 \approx 0,78540$	$\pi = 3,14159...$	≈ 1

П р и м е ч а н и е . *В математической среде CurveExpert возможности представления иррациональных чисел.

Таблица 5

Адекватность закона экспоненциального роста

Разряд i_{10}	$x/\pi(x)$	Модель (4)			Модель (9)		
		$x/\pi(x)$	ε	Δ, %	$x/\pi(x)_f$	ε	Δ, %
1	1,6667	1,8420	-0,1753	**-10,52**	1,8330	-0,1663	**-9,98**
2	3,7037	3,8481	-0,1444	-3,90	3,7735	-0,0698	-1,88
3	5,8824	5,9481	-0,0657	-1,12	5,7822	0,1002	1,70
4	8,1235	8,1181	0,0054	0,07	7,8429	0,2806	3,45
5	10,4232	10,3452	0,0780	0,75	9,9462	0,4770	4,58
6	12,7389	12,6211	0,1178	0,92	12,0861	0,6528	5,12
7	15,0471	14,9398	0,1073	0,71	14,2584	0,7887	5,24
8	17,3567	17,2969	0,0598	0,34	16,4598	0,8969	5,17
9	19,6666	19,6890	-0,0224	-0,11	18,6876	0,9790	4,98
10	21,9755	22,1132	-0,1377	-0,63	20,9399	1,0356	4,71
23	51,9394	55,8321	**-3,8927**	-7,49	51,8993	0,0401	0,08

П р и м е ч а н и е . ε – абсолютная погрешность; Δ – относительная погрешность, %,

Далее проверим адекватность моделей (4) и (9). Известны формулы, позволяющие вычислить количество простых чисел быстрее. По этому способу было вычислено (данные из Интернет), что до 10^{23} находится 1 925 320 391 606 803 968 923 простых чисел.

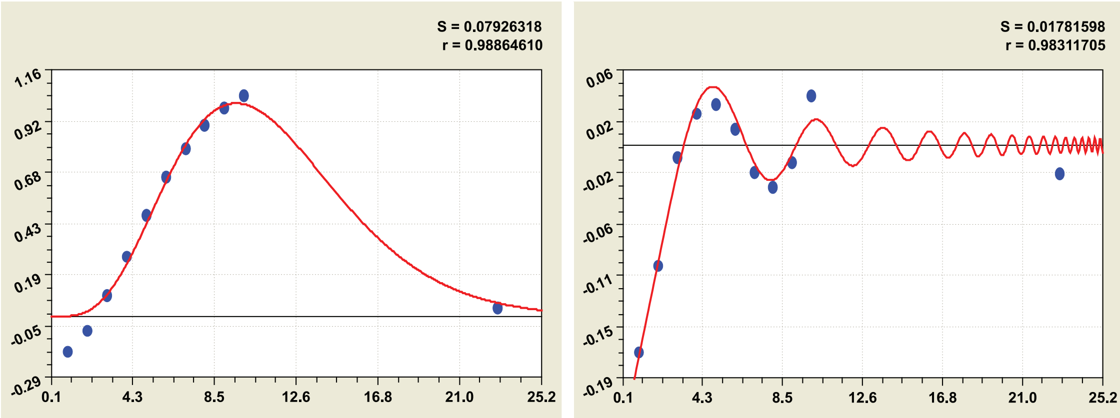
Тогда получим к данным [1] новое значение $x/\pi(x) = 51,9394$.

Модель (9), полученная из физических констант по табл. 4, оказалась даже намного точнее по относительной погрешности, а также она точнее дает прогнозы относительной мощности множества простых чисел с увеличением разряда десятичной системы счисления.

Погрешность для массива $i_{10} = 23$ равна всего 0,08 %.

По остаткам от (9) получены (рис. 7) уравнения возмущений.

Биотехнический закон как дополнение к (9) показывает, что после разряда $i_{10} = 23$ у относительной мощности происходит спад. Затухающее колебание показывает, что с ростом мощности простых чисел волна $x/\pi(x)$ стремится к нулю.



возмущение РПЧ$_5$ по биотехническому закону

волна затухающего колебательного возмущения

Рис. 7. Зависимости возмущений мощности простых чисел от порядка десятичной системы

При условии $i_{10} >> 23$ возмущения ряда простых чисел почти исключаются.

Выводы

Мощность полного ряда простых чисел в зависимости от разряда десятичной системы идентифицируется законом экспоненциального роста, в котором учитываются фундаментальные физические постоянные. С ростом мощности простых чисел повышается адекватность уравнения (8) с фундаментальными физическими постоянными. Анализ этого уравнения, как нам представляется, может привести к общему уравнению четырех взаимодействий.

Список литературы

1. Дон Цагир. Первые 50 миллионов простых чисел. – URL: http://www.ega-math.narod.ru/Liv/Zagier.htm.

2. Число. – URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE.

3. Мазуркин П.М. Биотехнический принцип и устойчивые законы распределения // Успехи современного естествознания. – 2009. – № 9 – С. 93–97. – URL: www.rae.ru/use/?section = content&op = show article&article_id = 7784060.

4. Мазуркин П.М. Статистическая модель периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2006. – 152 с.

5. Фундаментальные физические постоянные. – URL; http://www.akin.ru/spravka/s_fund.htm.

Рецензенты:

Царегородцев Е.И., д.э.н., профессор, зав. кафедрой экономической кибернетики Марийского государственного университета, г. Йошкар-Ола;

Сафин Р.Р., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Архитектура и дизайн изделий из древесины» Казанского национального исследовательского технологического университета, г. Казань.

Работа поступила в редакцию 05.10.2011.