

УДК 681.5.015:66.021.4:678.074

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА КАК ОСНОВА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ КИНЕТИКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ВУЛКАНИЗАЦИИ ЭЛАСТОМЕРНЫХ ПОКРЫТИЙ

¹Осипов С.Ю., ²Потапов Н.В., ¹Скоробогатова А.Ю., ²Осипов Ю.Р.

¹ГОУ ВПО «Тверской государственный технический университет»,

Тверь, e-mail: common@tstu.tver.ru;

²БОУ ВПО «Вологодский государственный технический университет»,

Вологда, e-mail: potapov_nv@mail.ru

Рассмотрена математическая модель процесса теплообмена при горячем креплении эластомерных покрытий к металлу в приложении к автоматическому управлению кинетикой неизотермической вулканизации. Приведены численные методы решения задач теплопроводности при термообработке гуммируемых изделий. Особенностью математических моделей на основе численных методов является дискретизация пространственной и временной областей на первом же этапе решения задачи. Проведен расчет температурного поля в гуммированном объекте произвольной формы методом конечных элементов. Рассмотрены методы оптимизации и прогнозирования режимов работы объектов с распределенными параметрами. Наиболее подходящими для программной интерпретации на ЭВМ являются модели, реализуемые при помощи численных методов. Задачу синтеза адаптивных дискретных устройств управления режимами работы объектов с распределенными параметрами целесообразно решать на основе методов динамической оптимизации условного прогнозирования и математического моделирования процессов в реальном и ускоренном масштабах времени.

Ключевые слова: математическая модель, нестационарный процесс, граничные условия, объекты с распределенными параметрами

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT EXCHANGE PROCESSES AS A BASIS FOR AUTOMATIC CONTROL OF KINETICS OF NONISOTHERMIC VULCANIZATION OF ELASTOMERIC COVERINGS

¹Osipov S.Y., ²Potapov N.V., ¹Skorobogatova A.Y., ²Osipov Y.R.

¹Tver state technical university, Tver, e-mail: common@tstu.tver.ru;

²Vologda State Technical University, Vologda, e-mail: potapov_nv@mail.ru

The article describes the mathematical model of heat exchange process by heat fastening of elastomeric surfaces to metal products in addition to the automatic control of kinetics of non-isothermal vulcanization. The numerical methods of solving problems of thermal conductivity in the time of thermal treatment of rubberized products are given. Discretization of spatial and time areas at the first problem-solving stage is the feature of mathematical models on the basis of numerical methods. The calculation of the temperature field in the rubberized item of an unconditioned shape is carried out by the terminal elements method. The methods of optimization and forecasting of operating modes of products with dispersed parameters are examined. The most suitable for program interpretations on a PC are the models realizable by the means of numerical methods. The synthesis problem of adaptive discrete devices for controlling operating modes of objects with dispersed parameters is appropriate for solving on the basis of dynamic optimization methods of conditional forecasting and mathematical modeling of processes in real and speeded time.

Keywords: mathematical model, non-stationary process, boundary conditions, objects with the distributed parameters

Тепловой процесс при термообработке гуммированных изделий выражает изменение состояния тепловой системы, которое осуществляется теплопроводностью, конвекцией или излучением. Его можно описать детерминированными или стохастическими соотношениями. Классическая теория теплопередачи основана на детерминированном выражении закономерностей теплопередачи посредством основного уравнения теплопроводности с соответствующими граничными и начальными условиями, при этом ни одна из переменных и ни один из физических параметров в уравнениях не носят случайного

характера. Детерминированная математическая модель в абсолютном большинстве случаев является исходной моделью для тепловых задач, возникающих при гуммировании [3, 5].

При нестационарном процессе, неоднородных граничных условиях, а также при граничных условиях IV рода невозможно получить решение задачи аналитическими методами [6]. Применение же численных методов значительно расширяет классы решаемых задач теплообмена при изготовлении гуммированных объектов. При дискретизации на первом этапе выбираются узловые точки в пространственной и вре-

менной областях. На втором этапе составляется система алгебраических уравнений относительно значений искомых температур в этих узловых точках. На третьем – проводится решение системы, и находятся значения температур. Рассмотрим гуммированный объект произвольной формы в двумерной системе координат с площадью S и поверхностью L [6]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q_v = 0 \quad (1)$$

с нулевыми начальными условиями:

$$T(x, y, 0) = 0, \quad (2)$$

$$I[T(x, y)] = \iint_S \left[\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 - 2q_v T \right] dx dy + \int_L (\alpha T^2 - 2q_s T) dl. \quad (4)$$

В МКЭ приближение для искомой функции $T(x, y)$ отыскивается в виде

$$T(x, y) \approx \sum_{m=1}^M a_m f_m(x, y), \quad (5)$$

где a_m – неизвестные постоянные коэффициенты, а $f_m(x, y)$ – известные функции пространственных координат. Разобьем гуммированный объект на N треугольных элементов и введем M узлов во всех вершинах треугольников. Присвоим сквозную нумерацию всем элементам ($n = 1, \dots, N$) и всем узлам ($m = 1, \dots, M$). Искомые величины в МКЭ являются приближенные значения температуры t_m в узлах $m = 1, \dots, M$. Распределение температуры в каждом элементе запишется в виде суммы, в которую входят три функции формы элемента, умноженные на приближенные значения температуры в его трех узловых точках. Распределение температуры в n -м треугольном элементе $t^{(n)}(x, y)$ имеет вид:

$$t^{(n)}(x, y) = t_i F_i^{(n)}(x, y) + t_j F_j^{(n)}(x, y) + t_k F_k^{(n)}(x, y), \quad (6)$$

где $F_i^{(n)}, F_j^{(n)}, F_k^{(n)}$ – линейные функции координат x, y , равные единице в узлах i, j или k соответственно и равные нулю в двух других узлах. Таким образом, для функции формы $F_i^{(n)}(x, y)$ должны выполняться равенства

$$F_i^{(n)}(x_i, y_i) = 1; \\ F_i^{(n)}(x_j, y_j) = F_i^{(n)}(x_k, y_k) = 0. \quad (7)$$

при граничных условиях третьего рода:

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha T \right]_L = q_s, \quad (3)$$

где λ – теплопроводность; T – температура; α – коэффициент теплоотдачи на границе; q_v, q_s – объемная и поверхностная плотности мощности источников теплоты. Метод конечных элементов (МКЭ) основан на определении температурного поля путем приближенного решения соответствующей вариационной задачи. Вариационная формулировка рассматриваемой краевой дифференциальной задачи (1)–(3) состоит в следующем. Задача решения уравнения (1) с граничными условиями (3) эквивалентна задаче определения функции $T(x, y)$, минимизирующей функционал $I[T(x, y)]$ вида

Аналогичные соотношения имеют место для $F_j^{(n)}(x, y)$ и $F_k^{(n)}(x, y)$. Используя условия (7), можно выразить коэффициенты $a_m^{(n)}, b_m^{(n)}, c_m^{(n)}$ ($m = i, j, k$) через координаты узлов i, j, k . Здесь и далее индекс элемента (n) будем опускать. Из условий (7) следует:

$$\begin{cases} a_i = (x_j y_k - x_k y_j) / 2S \\ b_i = (y_j - y_k) / 2S \\ c_i = (x_k - x_j) / 2S \end{cases}; \\ \begin{cases} a_j = (x_k y_i - x_i y_k) / 2S \\ b_j = (y_k - y_i) / 2S \\ c_j = (x_i - x_k) / 2S \end{cases}; \\ \begin{cases} a_k = (x_i y_j - x_j y_i) / 2S \\ b_k = (y_i - y_j) / 2S \\ c_k = (x_j - x_i) / 2S \end{cases}, \quad (8)$$

где S – площадь треугольника, значение которой вычисляется через координаты узлов:

$$S = (x_j y_k - x_k y_j + y_j x_i - y_k x_i + x_k y_i - x_j y_i) / 2. \quad (9)$$

Градиент температуры в каждом элементе имеет постоянное значение, и производные по координатам определяются соотношениями:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = b_i t_i + b_j t_j + b_k t_k, \\ \frac{\partial t}{\partial y} = c_i t_i + c_j t_j + c_k t_k. \quad (10)$$

Система уравнений для определения температур в узлах $\{t_m\}_{m=1}^M$ составляется на основании условий минимума функци-

онала (4). Этот функционал можно представить в виде суммы интегралов по всем элементам:

$$I = \sum_{n=1}^N I^{(n)}, \quad (11)$$

$$I^{(n)} = \int_{S^{(n)}} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 - 2q_v t \right] dx dy + \int_{L^{(n)}} (\alpha t^2 - 2q_s t) dl. \quad (12)$$

Условия минимума функционала можно с учетом (11) переписать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t_m} \left(\sum_{n=1}^N I^{(n)} \right) = \sum_{n=1}^N \frac{\partial I^{(n)}}{\partial t_m} = 0, \quad m = 1, \dots, M. \quad (13)$$

Вычислим сначала интеграл по площади элемента:

$$\begin{aligned} & \int_{S^{(n)}} \frac{\partial}{\partial t_i} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 - 2q_v t \right] dx dy = \\ &= \int_{S^{(n)}} 2 \left[\lambda (b_i t_i + b_j t_j + b_k t_k) b_i + \lambda (c_i t_i + c_j t_j + c_k t_k) c_i - q_v F_i(x, y) \right] dx dy = \\ &= 2S^{(n)} \left[\lambda (b_i^2 t_i + b_i b_j t_j + b_i b_k t_k) - \lambda (c_i^2 t_i + c_i c_j t_j + c_i c_k t_k) - \frac{q_v}{3} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Если стороны элемента принадлежат границе области, то в функционале следует

учесть интеграл по этим сторонам. Пусть граничной является сторона L_{ij} . Тогда

$$\int_{L_{ij}} \frac{\partial}{\partial t_i} (\alpha t^2 - 2q_s t) dl = \int_{L_{ij}} 2[\alpha (F_i^2 t_i + F_i F_j t_j) - q_s F_i] dl = 2L_{ij} \left(\frac{\alpha t_i}{3} + \frac{\alpha t_j}{6} - \frac{q_s}{2} \right). \quad (15)$$

Здесь учтено, что $F_k(x, y) = 0$ на стороне L_{ij} . Если граничной является сторона L_{ik} , то выражение для интеграла запишется аналогично, но вместо L_{ij} подставляем L_{ik} , а вместо $t_j - t_k$. Если же к границе прилежит сторона L_{jk} , то рассматриваемый интеграл равен нулю, так как функция

формы $F(x, y)$ для узла i равна нулю на стороне L_{jk} и, следовательно, распределение температуры на этой стороне не зависит от t_i . Таким образом, окончательно получаем для производной от функционала $I^{(n)}$ по температуре t_i следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I^{(n)}}{\partial t_i} &= \lambda S^{(n)} (b_i^2 t_i + b_i b_j t_j + b_i b_k t_k + c_i^2 t_i + c_i c_j t_j + c_i c_k t_k) + \\ &+ \alpha L_{ij} \left(\frac{t_i}{3} + \frac{t_j}{6} \right) + \alpha L_{ik} \left(\frac{t_i}{3} + \frac{t_k}{6} \right) - \frac{q_v S^{(n)}}{3} - \frac{q_s L_{ij}}{2} - \frac{q_s L_{ik}}{2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Аналогично можно получить выражения для производных от $I^{(n)}$ по температурам t_j и t_k . Проанализируем теперь с учетом (16) структуру системы (13). Видно, что

производная $\frac{\partial I^{(n)}}{\partial t_i}$ представляет собой сумму произведений неизвестных температур t_i, t_j, t_k на постоянные известные коэффициенты, зависящие от координат узлов и параметров задачи, а также постоянных известных членов, не зависящих от искомых температур. Приравнявая левые части уравнений (13) к нулю, получаем линейную систему

разностных уравнений относительно неизвестных температур узловых точек. Запишем полученные выше соотношения для частных производных функционала в матричном виде $GT = \Phi$, где G – глобальная матрица теплопроводности размером $M \times M$; T – вектор-столбец искомых значений температур в M узлах; Φ – глобальный вектор-столбец тепловых потоков.

$$G = \|G_{ij}\|, \quad T = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_M \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_M \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Особенностью объектов с распределенными параметрами (ОРП) является то, что они имеют пространственную протяженность и их состояние характеризуется одной или несколькими величинами, зависящими не только от времени, но и от точки области пространства, в которой формируются свойства ОРП [1]. Часто требуется, чтобы функционал

$$J = \int_0^T |T^*(\tau) - T(l, \tau)|^\gamma d\tau, \quad \gamma \geq 1, \quad (18)$$

где $T^*(\tau)$ – заданная программа изменения температуры $T(l, \tau)$, достигал своего минимального значения [5]. Задача заключается в том, чтобы создать такую систему управления заданием регулятора температуры, в которой отклонение средней температуры гуммированного изделия, выходящего из оборудования,

$$T(y, \tau) = \frac{1}{S} \int_0^S T(x, y, \tau) dx, \quad 0 \leq y \leq l, \quad 0 \leq \tau \leq T$$

при $y = l$ было наименьшим в смысле (1). При этом гарантируется достижение заданных свойств в гуммированном изделии. Тем не менее необходимо создание автоматизированной системы управления технологическим процессом на базе адаптивных математических моделей [3]. Процесс изменения температурных полей в вулканизуемом изделии описывается уравнением нестационарной теплопроводности типа Фурье, а оценка степени вулканизации и качества вулканизуемого изделия интегральным нелинейным уравнением Аррениусовского типа [4, 5]. Следовательно, данный процесс как объект управления принадлежит к ОРП, описываемым нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных параболического типа. Градиентные методы решения задач оптимального управления ОРП, описываемые параболическими уравнениями, рассмотрены в [4, 5]. В соответствии с этими методами требуется, регулируя температуру внешней среды изделия управлением $u(t)$, сделать распределение температуры в изделии $T(x, \tau, u)$ к заданному моменту времени τ , равному заданному распределению температуры $T_3(x)$. Температура внешней среды для однородного нагреваемого стержня $0 < x < l$

$$u_{n+1}(t) = u_n(t) + \alpha_n [\bar{u}_n(t) - u_n(t)], \quad (19)$$

$$q_n(\alpha) = J(u_n) + \alpha \int_0^t \alpha^2 v \Psi(l, t, u_n) [\bar{u}_n(t) - u_n(t)] dt + \alpha^2 \int_0^l |T(x, \tau, \bar{u}_n) - T(x, \tau, u_n)|^2 dx. \quad (28)$$

Откуда видно, что $q_n(\alpha)$ достигает экстремума в точке

$$\alpha_n^* = \frac{\int_0^t \alpha^2 v \Psi(l, t, u_n) [u_n(t) - \bar{u}_n(t)] dt}{2 \int_0^l |T(x, \tau, \bar{u}_n) - T(x, \tau, u_n)|^2 dx} \geq 0, \quad (29)$$

где $a \leq u(t) \leq b$ – числа, выражающие крайние допустимые значения температуры; $u_{n+1}(t)$ – управление в $n+1$ приближении; $u_n(t)$ – вспомогательное приближение, определяемое как

$$\begin{aligned} & \int_0^t \alpha^2 v \phi(l, t, u_n) u_n(t) dt = \\ & = \min_{u \in V} \int_0^t \alpha^2 v \phi(l, t, u_n) u_n(t) dt, \end{aligned} \quad (20)$$

где T, α, v, l – положительные постоянные коэффициенты, а $\phi(t)$ – решение краевой задачи.

$$\frac{d\Psi}{dt} = -a^2 \frac{d^2\Psi}{dx^2}, \quad (x, t) \in Q; \quad (21)$$

$$\left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad 0 < t < \tau; \quad (22)$$

$$\left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=l} = -v\phi(l, t), \quad 0 < t < \tau; \quad (23)$$

$$\Psi|_{t=\tau} = 2 [T(x, \tau, u) - T_3(x)], \quad 0 < x < l. \quad (24)$$

Из (3) для множества

$$u = \{u(t): u(t) \in L_2[0, \tau]\},$$

$$a \leq u(t) \leq b \quad 0 \leq t \leq \tau$$

следует:

$$\bar{u}_n(t) = \begin{cases} a, & \text{если } a^2 v \Psi(l, t, u_n) > 0, \\ b, & \text{если } a^2 v \Psi(l, t, u_n) < 0, \\ u_n(t), & \text{если } a^2 v \Psi(l, t, u_n) = 0. \end{cases} \quad (25)$$

В целях повышения помехоустойчивости алгоритма формулу (25) запишем в виде

$$\bar{u}_n(t) = \begin{cases} a, & \text{если } a^2 v \Psi(l, t, u_n) > \Delta, \\ b, & \text{если } a^2 v \Psi(l, t, u_n) < -\Delta, \\ u_n(t), & \text{если } a^2 v \Psi(l, t, u_n) < |\Delta|, \end{cases} \quad (26)$$

где Δ – заданная постоянная величина. Коэффициент $\alpha_n > 0$, входящий в формулу (19), находится из условия

$$\min q_n(\alpha) = q_n(\alpha_n),$$

$$\text{где } q_n(\alpha) = J[u_n + \alpha(\bar{u}_n - u_n)]. \quad (27)$$

это значит, что квадратный трехчлен (28) достигает своего минимума на отрезке $0 \leq \alpha \leq 1$ в точке $\alpha_n = \alpha_n^*$ при $\alpha_n^* \leq 1$ и в точке $\alpha_n = 1$ при $\alpha_n^* > 1$, то есть можно записать

$$\alpha_n = \min \{\alpha_n^*, 1\}.$$

Полученное α_n подставляется в (19), откуда следует $(n + l)$ -е приближение для решения задачи. Если $\alpha_n = 0$ или

$$T(x, \tau, \bar{u}_n) = T(x, \tau, u_n),$$

квадратный трехчлен (28) вырождается, итерационный процесс прекращается, и управление $u_n(t) = u^*$ будет неполным оптимальным решением задачи. Суммарные потери $F(t_0, t_k)$ от начального момента t_0 до конечного t_k определяются как

$$F(t_0, t_k) = \int_{t_0}^{t_k} f(\tau) d\tau, \quad (30)$$

где $f(\tau)$ – текущие потери производства в момент τ [3, 5]. Если $f(\tau)$ можно связать с оперативной информацией об объекте

$$J(\tau) = \{ \omega(\tau), u(\tau), v(\tau) \}, \quad \forall \tau \in (-\infty, t),$$

состоящей из полученных к моменту t измерений текущих и прошлых значений сигналов ω , u , и v , то задача сводится к построению алгоритма, преобразующего $J(\tau)$ в сигнал оптимального управления $u_{оп}(\tau)$, доставляющего минимум функционалу (30), то есть

$$u_{оп}(\tau) = u_{оп} [J(t)] = \arg \min_{u[J(t)] \in U_{доп}} F(t_0, t_k). \quad (31)$$

С учетом цифровой реализации критерия оптимизации $t_n = nT$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), где T – фиксированный период. При этом класс допустимых сигналов управления ограничен семейством ступенчатых функций

$$u(t) = u_n \cdot \forall t \in [nT, (n+1)T], \quad (32)$$

где u_n – варьируемые переменные. Оптимальный сигнал u_n вычисляется как

$$u_{n+1}^{on} = \arg \min_{u_{n+1} \in U} \{ F(t_n, t_{n+1}) J(t_n, u_{n+1}) + S_n(u_{n+1}) \}, \quad (33)$$

где $S_n(u_{n+1})$ – прогноз будущих потерь в промежутке $t_{n+1} - t_k$. При данной $J(t_n)$ и данном u_n , при условии, что все будущие значения сигнала (12) будут строиться в моменты времени $t_{n+i} = (n+i)T$ ($i = 1, 2, \dots, n-k$) аналогично (13), то есть на основании полученной в соответствующие моменты времени информации $J(t_{n+i})$ будут реализованы оптимальные значения $u_{n+i} = u_{n+i}^{on}$. Если подынтегральная функция в (30) задана в виде

$$f(t) = f_1[u(t)] + f_2[v(t)], \quad (34)$$

где f_1, f_2 – выпуклые, неотрицательные определенные функции от u и v , то оценить суммарные потери непосредственно в виде функции от условного прогноза можно формулой

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{F}(t_{n+i}, t_{n+i+1})}{J(t_n, u_{n+1}, u_{n+2}, \dots, u_{n+i+1})} = \\ & = \int_{t_{n+i}}^{t_{n+i+1}} [f_1(u_{n+i+1}) + f_2(\bar{v}(\tau / t_n, \bar{\omega}, u_n))] d\tau. \quad (35) \end{aligned}$$

К достоинствам описанных методов следует отнести возможность их реализации на базе средств современной вычислительной техники. Можно сделать вывод о том, что наиболее подходящими для программной интерпретации на ЭВМ являются модели, реализуемые при помощи численных методов, среди которых можно выделить МКЭ. Наиболее перспективными путями повышения качества изделий и сокращения продолжительности процесса являются автоматическая корректировка режимов вулканизации и автоматическое изменение параметров граничных условий. Задачу синтеза адаптивных дискретных устройств управления режимами работы ОРП целесообразно решать на основе методов динамической оптимизации условного прогнозирования и математического моделирования процессов в реальном и ускоренном масштабах времени.

Список литературы

1. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975. – 569 с.
2. Канторович Л.В. Приближенные методы высшего анализа / Л.В. Канторович, В.И. Крылов – М.: Наука, 1962. – 696 с.
3. Осипов Ю.Р. Автоматизация технологических процессов гуммировочных производств / Ю.Р. Осипов, С.Ю. Загребин. – М.: Классик Прим. 2004. – 275 с.
4. Осипов Ю.Р. Оптимизация распределенной системы управления непрерывным технологическим процессом / Ю.Р. Осипов, А.А. Моисеев, В.В. Павлов // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2002. – №3. – С. 135–138.
5. Осипов Ю.Р. Термообработка и работоспособность покрытий гуммированных объектов. – М.: Машиностроение, 1992. – 232 с.
6. Телегин А.С. Тепломассоперенос / А.С. Телегин, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2002. – 455 с.

References

1. Butkovskiy A.G. *Metody upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami* (Management methods for systems with distributed parameters). Moscow: Nauka, 1975. 569 p.
2. Kantorovich L.V., Krilov V.I. *Priblizhennye metody visshego analiza* (Approximation methods of advanced analysis) Moscow: Nauka, 1962. 696 p.
3. Osipov Yu.R., Zagrebina S.Yu. *Avtomatizatsiya tekhnologicheskikh protsessov gumirovochnikh proizvodstv* (Automation of technological processes of rubberized productions) Moscow: Classic prim., 2004. 275 p.
4. Osipov Yu.R., Moiseev A.A., Pavlov V.V. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2002, no.3, pp. 135–138.
5. Osipov Yu.R., Osipov Yu.P. *Termoobrabotka i rabotosposobnost pokrytiy gumirovannykh obektov* (Heat treatment and operability of rubberized objects coverings) Moscow: Mashinostroenie, 1992. 232 p.
6. Telegin A.S., Shvydkiy V.S., Yaroshenko Yu.G. *Teplo-massoperenos* (Heat and weight transmission) Moscow: IKTs «Akademkniga», 2002. 455 p.

Рецензенты:

Аншелес В.Р., д.т.н., профессор, профессор Череповецкого государственного университета, г. Череповец.

Синицын Н.Н., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Промышленная теплоэнергетика» Череповецкого государственного университета, г. Череповец.

Работа поступила в редакцию 20.02.2012.