УДК 66.084.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ СТАРОГО АСФАЛЬТОБЕТОНА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

[1]Бадоев В.А., [2]Лупанов А.П., [3]Мурашов А.А.

[1]Ярославский государственный технический университет, Ярославль, e-mail: badoev1@mail.ru;

[2]Асфальто-бетонный завод №4 «Капотня», Москва;

[3]Московский финансово-юридический университет МФЮА, Москва

При построении математической модели используется основное уравнение сохранения массы в процессе измельчения. Распределительная и селективная функции измельчения построены на основе обобщения экспериментальных данных. Для решения уравнения кинетики измельчения используются стандартный метод сеток. Исходное интегро-дифференциальное уравнение сводится к матричной форме. Идентификация параметров модели осуществляется по статистическим данным на основе дисперсного состава, значений среднего размера и удельной поверхности. Значимость статистических значений параметров модели проверялась по критерию Фишера. Получены результаты по интегральной характеристике дисперсного состава для различных моментов времени и процесса измельчения. Проверка соответствия теоретического распределения статистическим данным по дисперсному составу определялась по критерию Пирсона. Получено соответствие с доверительной вероятностью, превышающей 0,9.

Ключевые слова: модель, измельчение, кинетика, дисперсность, асфальтобетон

MATHEMATICAL MODEL OF CRUSHING THE OLD ASFALT CONCRETE IN AN ELCTROMAGNETIC FIELD

[1]Badoev V.A., [2]Lupanov A.P., [3]Murashov A.A.

[1]Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, e-mail: badoev1@mail.ru;

[2]Asphalt-concrete plant №4 «Kapotnya», Moscow;

[3]Moscow Financial and Law University MFYUA, Moscow

In constructing a mathematical model using the basic equation of conservation of mass in the process of grinding. Distribution and functions of selective grinding are based on the generalization of experimental data. To solve the equations of the kinetics of grinding used a standard method of nets. The original integro-differential equation reduces to a matrix form. Identification of model parameters is carried out according to the statistics based on the dispersion composition, the values of average size and specific surface area. The importance of culture is set to the values of statistical models was tested by Fisher. The results of the integral characteristics of the dispersed to various points in time and the grinding process. Checking the theoretical distribution of statistical data on the dispersion composition was determined by Pearson. Obtained according to a confidence level of greater than 0,9.

Keywords: model, size reduction, kinetics, dispersion, asphalt concrete

Измельчение старого асфальтобетона обычно включает две стадии. На первой стадии, например при измельчении в молотковой дробилке, происходит дробление крупных кусков. На второй стадии происходит тонкое измельчение, которое позволяет выделить битумно-минеральную составляющую.

При тонком измельчении используются как аппараты непрерывного действия, так и аппараты периодического действия. Следует отметить, что для описания аппаратов непрерывного действия могут использоваться уточненные модели аппаратов периодического действия [1].

В данной работе рассматривается процесс тонкого измельчения старого асфальтобетона в электромагнитном поле [2]. Описание процесса измельчения осуществляется с использованием функций измельчения [1]. При этом сами функции измельчения определяются на основе эксперимента.

Процесс порционного измельчения в общем случае может быть описан следующим кинетическим уравнением [3]:

$$\frac{\partial F(y,t)}{\partial t} = \int_{y}^{x_{\max}} \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} S(x)\, B(y,x)dx, \quad (1)$$

где $F(y, t)$ – интегральная функция распределения частиц по размерам; $S(x)$ – селективная функция измельчения; $B(y, x)$ – распределительная функция измельчения.

Распределительная функция измельчения должна удовлетворять следующим условиям:

$$B(y, 0) = 0; \quad B(y, y) = 1. \quad (2)$$

Для решения интегро-дифференциального уравнения (1) должны быть поставлены начальные и граничные условия, которые определяются из следующих соображений. В начальный момент времени распределение частиц по размерам задается некоторой функцией от аргумента

$$F(y, 0) = \varphi(y). \quad (3)$$

Интегральная функция распределения частиц по размерам удовлетворяет двум граничным условиям, которые вытекают из ее определения

$$F(0, t) = 0; \quad F(y_{max}, t) = 1, \qquad (4)$$

где y_{max} – максимальный размер измельчаемых частиц.

Для решения интегро-дифференциального уравнения (1) относительно $F(y, t)$ будем использовать численный анализ для значений $y \in [y_{min}, y_{max}]$ и $t \in [0, T]$ методом сеток [4], сделав следующие разбиения y и t с шагами, которые определяются следующими формулами:

$$h_y = \frac{y_{max} - y_{min}}{n}; \quad h_t = \frac{T}{m}, \qquad (5)$$

где n, m – соответственно число точек для переменных y и t. Время измельчения T определяется степенью измельчения, которая вычисляется по известной формуле:

$$i_{изм} = \frac{\overline{y_0}}{\overline{y_T}}, \qquad (6)$$

где $\overline{y_0}$ – средний размер частиц до измельчения; $\overline{y_T}$ – средний размер частиц после измельчения.

В соответствии с численным анализом используем приближенные выражения для производных:

$$\frac{\partial F(y_i, t_j)}{\partial t} = \frac{F(y_i, t_{j+1}) - F(y_i, t_j)}{t_{j+1} - t_j} \quad (i = 0, 1, 2, ..., n \quad j = 0, 1, 2, ..., m); \qquad (7)$$

$$\partial(F_t')_{i,j} = \frac{F(x_i, t_{j+1}) - F(x_i, t_j)}{h_t} \quad (i = 0, 1, 2, ..., n \quad j = 0, 1, 2, ..., m - 1); \qquad (8)$$

$$\partial(F_{xkj}')_, = \frac{F(x_{k+1}, t_j) - F(x_k, t_j)}{h_x} \quad (k = 0, 1, 2, ..., n - 1 \quad j = 0, 1, 2, ..., m). \qquad (9)$$

В формуле (9) учитывается тот факт, что $\partial(F_{xij}')_,$ в уравнении (1) стоит под знаком интеграла, а интегрирование ведется по переменной x, значения которой определяются индексом k.

Подставляя формулы (7)–(9) в уравнение (1), получим:

$$F(y_i, t_{j+1}) = F(y_i, t_j) + h_t \sum_{k=i}^{n} (F(x_k, t_j) - F(x_{k-1}, t_j)) S(x_k) B(y_i, x_k), \qquad (10)$$

$$(i = 0, 1, 2, ..., n \quad j = 0, 1, 2, ..., m - 1).$$

Для удобства введем следующие обозначения:

$$F_{i,j} = F(y_i, t_j); \quad S_k = S(x_k);$$

$$B_{i,k} = B(y_i, x_k). \qquad (11)$$

В результате получаем следующее уравнение:

$$F_{i,j+1} = F_{i,j} + h_t \cdot \sum_{k=i}^{n} (F_{k,j} - F_{k-1,j}) \cdot S_k \cdot B_{i,k}$$

$$(i = 0, 1, 2, ..., n \quad j = 0, 1, 2, ..., m - 1). \qquad (12)$$

Используя начальные условия

$$F_{i,0} = \varphi(x_i). \qquad (13)$$

и граничные условия

$$F_{0,j} = 0; \quad F_{i,m} = 1, \qquad (14)$$

стандартным методом сеток [4] находятся значения массива $F_{i,1}, F_{i,2}, ..., F_{i,m}$ ($i = 0, 1, 2, ..., n$).

Следующим этапом решения задачи является определение функций измельчения $B_{i,k}$, S_k. В известной работе [5], актуальность которой не потеряна и в наше время, были сделаны первые попытки экспериментального определения данных функций. Однако из-за сложной техники эксперимента предложенный авторами метод не нашел широкого применения. Тем не менее общие принципы определения функций измельчения, заложенные в работе [5], могут быть использованы при другой технике эксперимента.

В настоящей работе при определении функций измельчения будем исходить из того, что в процессе измельчения каждая фракция, имеющая свои размеры частиц, будет вести себя независимо от других. В соответствии с этим постулатом в ходе экспериментальных исследований изучалось измельчение отдельных фракций, которые были получены путем ситового анализа.

Пусть F^* весовая доля материала, крупность которого меньше размера отверстия сита с размером x, который является нижней границей крупности данной фракции. Естественно, что F^* должно быть функцией x и времени измельчения. Тогда весовая доля материала, соответствующая приращению размера частиц *dx,* будет равна:

$$w = \frac{\partial F^*(x,\ t)}{\partial x} \cdot dx. \qquad (15)$$

Соответственно доля материала, подвергшегося измельчению за единицу времени, будет равна

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial^2 F^*(x,t)}{\partial x \partial t} \cdot dx. \qquad (16)$$

Согласно определению, селективная функция $S(x)$ является весовой долей частиц размером x, измельченных за единицу времени. В результате получаем следующее выражение:

$$S(x) = \frac{dw}{dt} \Big/ w = \frac{\partial^2 F^*(x,t)}{\partial x \partial t} \Big/ \frac{\partial F^*(x,t)}{\partial x}. \qquad (17)$$

В работе [5] показано, что выражение (17) может быть приведено к более простому и удобному для вычислений виду

$$S(\bar{x}) \cdot t = -2{,}3 \cdot \lg[\Delta F^*(\bar{x}, t)], \qquad (18)$$

где $\bar{x}$ – средний размер частиц данной фракции; $\Delta F^*(\bar{x},\ t)$ – весовая доля материала, остающегося на сите с размером, соответствующим нижней границе крупности данной фракции; t – время измельчения.

В соответствии с выражением (15) весовая доля материала, измельченного за время *dt,* будет равна

$$dw = \frac{\partial^2 F^*(x,t)}{\partial x} \cdot dxdt. \qquad (19)$$

Пусть $\partial F^*(y,\ t)$ является весовой долей измельченного материала за время t, которая приходится на фракцию с нижней границей крупности, соответствующей ситу с размером y. Тогда в соответствии с определением распределительной функции получим

$$B(y,x) = \frac{\partial F^*(y,t)}{\partial t} \Big/ \frac{\partial^2 F^*(x,t)}{\partial x \partial t}. \qquad (20)$$

В работе [5] показано, что выражение (20) может быть приведено к более простому и удобному для вычислений виду

$$B(y,\bar{x}) \cdot t = \frac{F^*(y,t)}{1 - \Delta F^*(\bar{x},\ t)}, \qquad (21)$$

где $\bar{x}$ – средний размер частиц данной фракции; $F^*(y,\ t)$ – весовая доля измельченного материала, которая приходится на фракцию с нижней границей крупности, соответствующей ситу с размером y.

При выводе формул (18), (21) предполагается, что ни одна частица не подвергается повторному измельчению, т.е., проще говоря, измельчаются только частицы исходной крупности. Как показали эксперименты, это предположение справедливо только для времени измельчения, не превышающего 25 с.

Для определения функций измельчения были проведены эксперименты на лабораторной установке измельчения старого асфальтобетона в электромагнитном поле [6]. В экспериментах изменялись следующие параметры: соотношение объема $V_{мел}$, занимаемого мелющими телами, и объема $V_{изм}$, занимаемого измельчаемым материалом, определяемое величиной

$$\delta = \frac{V_{мел}}{V_{изм}}, \qquad (22)$$

напряженность магнитного поля H.

На рис. 1, 2 представлены графики функций измельчения, построенные с использованием формул (18), (21) по экспериментальным данным. Во всех экспериментах соотношение объема $V_{мел}$, занимаемого мелющими телами, и объема $V_{изм}$, занимаемого измельчаемым материалом, принимало значение $\delta = 2$.

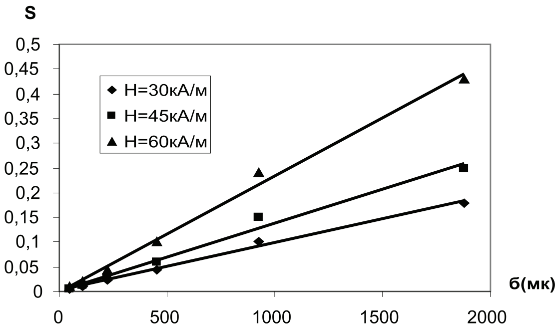

Рис. 1. График селективной функции измельчения старого асфальтобетона в электромагнитном поле

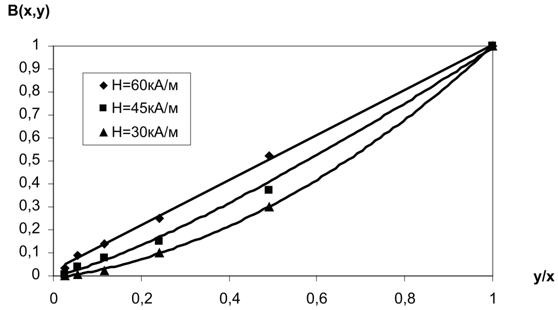

Рис. 2. График распределительной функции B(y,x) измельчения старого асфальтобетона в электромагнитном поле

Анализ полученных экспериментальных данных показал, что в общем случае функции измельчения могут быть описаны выражениями

$$B(y,x)=\begin{cases}\left[\dfrac{1-e^{-\frac{y}{x}}}{1-e^{-1}}\right]^k, & y\le x;\\ 0, & y>x\end{cases} \qquad (23)$$

$$S(x)=\alpha x. \qquad (24)$$

где k, α – некоторые константы.

На рис. 3 представлено сопоставление экспериментальных и расчетных данных, определенных по предложенной модели.

Статистическая проверка соответствия экспериментальных данных по измельчению старого асфальтобетона в ЭМИ распределению, определенному по формуле (10), осуществлялась по критерию Пирсона [7]. Проверка позволяет сделать вывод о соответствии статистических данных распределению, определяемому формулой (10) с доверительной вероятностью, превышающей 0,9.

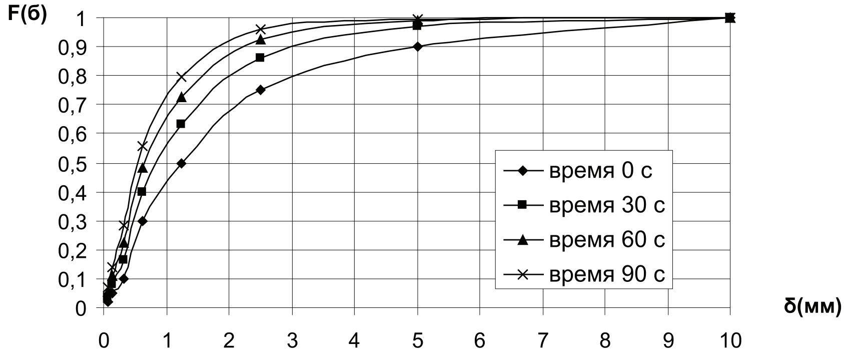

Рис. 3. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по гранулометрическому составу измельченного материала: H = 45 ка/м; δ = 2; α = 0,013; k = 1,53

Список литературы

1. Кафаров В.В., Дорохов И.Н., Арутюнов С.Ю. Системный анализ процессов химической технологии. – М.: Наука, 1985. – 396 с.

2. Лупанов А.П., Басов А.Н. Переработка старого асфальтобетона с применением технологии электромагнитного измельчения // Известия вузов. Химия и химическая технология. – Иваново, 2008. – Т. 51, Вып. 2. – С. 108–110.

3. Brozek M., Maczka W., Tumidajski, T. Modele matematyczne procesow rozdrabniania. – Krakow, 1995 – 75 s.

4. Овчинников П.Ф. , Лисицын Б.М., Михайленко В.М. Высшая математика. – Киев: Выща школа, 1989. – 559 с.

5. Гарднер Р.П., Аустин Л.Г. Исследование измельчения в мельнице периодического действия // Труды Европейского совещания по измельчению. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1966. – С. 219–232.

6. Лупанов А.П., Кондратьева Т.И., Басов А.Н. Определение технологических параметров процесса измельчения асфальтового гранулята в ЭМИ // Известия вузов. Химия и химическая технология. – Иваново, 2009. – Т. 52, Вып. 2. – С. 122–124.

7. Митропольский А.К., Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 576 с.

References

1. Kafarov V.V., Dorokhov I.N., Arutyunov S.J. System analysis of chemical processes. Moscow: Nauka, 1985. 396 p.

2. Lupanov A.P., Basov A.N. Recycling of old asphalt concrete using electromagnetic technology grinding // Proceedings of the universities. Chemistry and Chemical Engineering, Ivanovo, 2008, Vol. 51, Issue 2, pp. 108–110.

3. Brozek M., Maczka W., Tumidajski T. Modele matematyczne procesow rozdrabniania. Krakow: 1995 75 p.

4. Ovchinnikov P.F., Lisitsyn B.M., Mikhailenko V.M. Higher Mathematics. Kiev: High School, 1989, 559 p.

5. Gardner R.P., Austin L.G. Study of grinding in the mill batch. / In: Proceedings of European Conference on grinding / Publishing House for Construction. Moscow: 1966. pp. 219–232.

6. Lupanov AP, Kondratiev T.I , Basov A.N. Determination of technological parameters of the grinding process of asphalt granulate in the EMP. //Proceedings of the universities. Chemistry and Chemical Engineering, Ivanovo, 2009, Vol. 51, issue 2, pp. 122–124.

7. Mitropolski A.K. Technique of statistical calculations. Moscow: Nauka, 1971. 576 p.

Рецензенты:

Приоров А.Л., д.т.н., доцент, Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль.

Басурин В.И., д.ф.-м.н., профессор, Ярославский филиал Московского института инженеров транспорта (университет), г. Ярославль.

Работа поступила в редакцию 20.02.2012.