УДК 62.192:682.039

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНОГЕННОГО РИСКА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

[1]Острейковский В.А., [1]Саакян С.П., [2]Силин Я.В.

[1]«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ) Обнинский институт атомной энергетики – филиал НИЯУ МИФИ, Обнинск;

[2]ПУ «Сургут-АСУнефть», Сургут, e-mail: s_saakian@mail.ru

Применение параметрических методов для определения характеристик надежности сопряжено со сложностями назначения величины предельных значений параметрам состояния работоспособности системы. Поэтому предложен новый метод прогнозирования характеристик надежности и техногенного риска от эксплуатации сложных динамических систем методами математической теории катастроф. В качестве примера рассмотрен один из типов катастроф – катастрофа сборки, однако в случае необходимости, усложнении задачи, возможно использование и более сложных типов катастроф. Приведен подробный алгоритм решения задачи вычисления вероятности исходных событий аварий, отказов и катастроф в теории техногенного риска. Данный алгоритм позволяет производить вычисления показателей безопасности сложных систем, основываясь как на учете внешних и внутренних факторов воздействия, так и данных об эксплуатации системы.

Ключевые слова: безопасность, бифуркация, катастрофа

FORECASTING OF TECHNOGENIC RISK OF DYNAMIC SYSTEMS BY METHODS OF THE THEORY OF ACCIDENTS

[1]Ostreykovski V.A., [1]Saakian S.P., [2]Silin Y.V.

[1]«National research nuclear university «MEPhI» (NRNU MEPHI) Obninsk institute of atomic engineering – MEPhi branch, Obninsk;

[2]PU «Surgut-ASUnef», Surgut, e-mail: s_saakian@mail.ru

Application of parametrical methods for definition of characteristics of reliability is interfaced to complexities of appointment of size of limiting values to parametres of a functioning state of system. Therefore the new method of forecasting of characteristics of reliability and technogenic risk from operation of difficult dynamic systems by methods of the mathematical theory of accidents is offered. As an example one of types of accidents – accident of assemblage, however in case of need is considered, complication of a problem, use and more difficult types of accidents is possible. The detailed algorithm of the decision of a problem of calculation of probability of initial events of failures, refusals and accidents in the theory of technogenic risk is resulted. The given algorithm allows to make calculations of indicators of safety of difficult systems, being based as on the account of external and internal factors of influence, and the data about operation of system.

Keywords: safety, bifurcation, accident

Одним из основных показателей безопасности сложных систем является риск от эксплуатации

$$R = Q \cdot C \cdot T \qquad (1)$$

или

$$R(Q, C, T)\sum_{i=1}^{n} q_i(t) \cdot c_i(t), \qquad (2)$$

где $q_i(t) \in Q$ – вероятность исходного события (отказа, аварии, катастрофы); $c_i(t) \in C$ – последствия (ущерб) от исходного события; $t \in T$ – время эксплуатации системы; $i = 1...n$ – число исходных событий.

Известно, что определение значений вероятностей $q_i(t)$ возможно различными способами: статистическими, параметрическими, имитационными, экспертными и др. Естественно, что каждый из этих методов обладает различными преимуществами и недостатками. В работах [1–3] показано, что наиболее предпочтительными для систем длительного использования, с точки зрения информативности, являются параметрические методы прогнозирования характеристик надежности.

Постановка задачи. Так как число отказов сложных динамических систем при эксплуатации мало и выборки, как правило, не однородны, то по этим двум признакам оценка характеристик надежности по изменению параметров работоспособности более адекватна (выборки репрезентативны и однородны). Поэтому знание изменений от времени t комплексного параметра работоспособности системы Y в зависимости от внешних и внутренних факторов X позволяет определить значения вероятности [3]

$$q_i(t) = P\{Y_i(X, T) > Y_{i\text{пред}}\}, \qquad (3)$$

где $Y_{i\text{пред}}$ – предельное значение комплексного параметра работоспособности систе-

мы, после которого может наступить отказ (авария, катастрофа) (рис. 1).

Для определения значений $Y(X, T)$ может быть использован хорошо разработанный аппарат многофакторного регрессионного анализа

$$Y(X, T) = \beta(X, T) \qquad (4)$$

или

$$Y(X,T)=\beta_0(t)+\sum_{j=1}^{k}\beta_j(t)\cdot x_j+\sum_{j,m=1}^{k}\beta_{j,m}(t)\cdot x_j\cdot x_m+\sum_{j=1}^{k}\beta_{jj}(t)\cdot x_j^2+\cdots+\xi(t),\quad j,m=\overline{1,k}, \qquad (5)$$

где β – вектор коэффициентов регрессии; k – число факторов; $\xi(t)$ – ошибка от отбрасывания членов уравнения малозначащими величинами факторов.

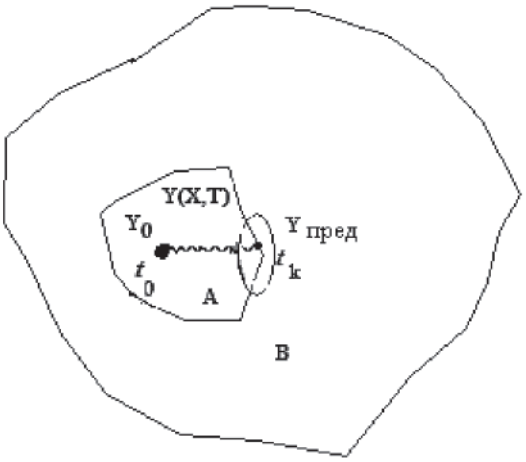

Рис. 1. Переход системы из работоспособного состояния (область А) в неработоспособное (область В)

При всех преимуществах параметрических методов определения характеристик надежности сложных систем этим методам присущ один очень существенный недостаток: субъективизм, назначения предельных значений параметров работоспособности $Y_{i\text{пред}}$ в момент времени t_k (см. рис. 1).

Математический аппарат теории катастроф, а именно, два направления качественной теории дифференциальных уравнений: теории особенностей дифференцируемых отображений Х. Уитни и теории бифуркаций динамических систем А. Пуанкаре, А.М. Ляпунова и А.А. Андронова [4] позволяет устранить указанный недостаток параметрических методов.

Описание метода. В процессе эксплуатации системы в материалах элементов под воздействием внутренних и внешних факторов происходят необратимые физико-химические процессы, приводящие к деградации конструкционных материалов. Это, в свою очередь, приводит к накоплению потенциальной энергии потери работоспособности конструкционных материалов. В момент, когда потенциальная энергия необратимых деградационных процессов достигает максимума, происходит отказ объекта (элемента, блока конструкции или системы в целом). Таким образом, если удастся зафиксировать каким-то образом момент максимального значения потенциальной энергии E, то можно определить момент перехода объекта (элемента, системы) из работоспособного состояния в неработоспособное, именуемое далее как «катастрофа» (прыжок, скачок). Геометрически это показано на рис. 2. Точка P характеризует поведение объекта в точке, где равновесие меняется с устойчивого (локальный минимум энергии) на неустойчивое (локальный максимум).

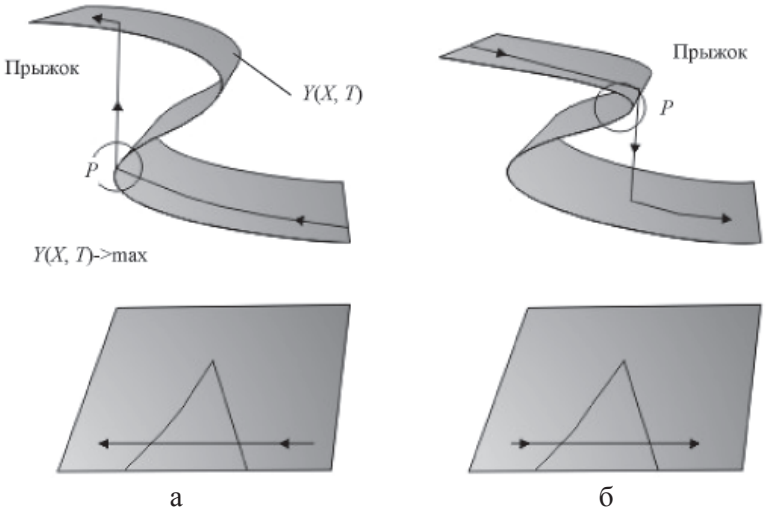

Рис. 2. Прыжок катастрофы:
а – возрастающий; б – убывающий характер параметра Y(X, T)

Математические модели катастроф вытекают из теории Тома о классификации элементарных катастроф [4]. При этом используется метод Зимана, в котором главным объектом изучения служит форма функции вблизи данной точки на многообразии катастроф. Рассмотрим основные структуры, относящиеся к катастрофам.

Рассмотрим семейство функций

$$E{:}Z\cdot C \rightarrow R, \qquad (6)$$

где Z – некоторое многообразие, которое обычно является R^n; C – другое многообразие (R^r).

В теории катастроф пространство R^n носит название пространства состояний, пространство R^r – пространство управления, число r – размерность деформации. Здесь под деформацией понимаются варьируемые переменные.

В математическом контексте (а иногда и в приложениях) R^r называется пространством деформации, а его точки (или их координаты) – параметрами деформации. Очень важно, что происходит с функциями вблизи начала координат, ибо это отражается на поведении функций на всем пространстве $R^n\cdot R^r$.

Подмножество $R^n\cdot R^r$, определенное уравнением

$$\frac{d}{dz}E_c(z)=0, \qquad (7)$$

называется многообразием катастроф, где $E_c(z) = E(z, c)$ – множество всех критических точек потенциалов E_c из семейства E.

Отображением катастрофы χ называется ограничение на M естественной проекции

$$\pi{:}R^n\cdot R^r \rightarrow R^r; \qquad (8)$$

$$\pi(x, c) = c.$$

Особым множеством Z называется подмножество в M, состоящее из особых точек отображения χ – точек, где ранг производной $\frac{d\chi}{dz}$ меньше, чем r.

Образ особого множества $\chi(Z)\subset C$ носит название бифуркационного множества B. В теории катастроф показано, подсчитав , что Z есть множество точек $(z, c)\subset M$, в которых $E_c(z)$ имеет вырожденную критическую точку. Таким образом, B представляет собой место, где меняется число и природа критических точек и такое изменение может произойти лишь при переходе через вырожденную критическую точку.

Следует указать, что в большинстве приложений теории катастроф наиболее важным является именно бифуркационное множество, так как оно лежит в пространстве управления, и следовательно, «наблюдаемо», ибо все скачки происходят на нем. Но в зависимости от того, какое конкретное приложение рассматривается, анализируется больше или меньше геометрических характеристик катастрофы.

Рассмотрим один из наиболее простых видов катастрофы – катастрофу сборки (рис. 3).

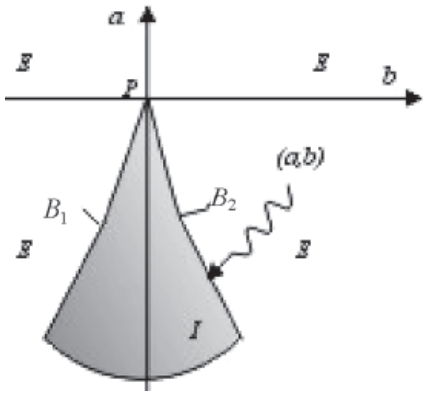

Рис. 3. Геометрическая интерпретация равновесия системы

Бифуркационное множество катастрофы сборки – это множество точек

$$(a, b) = \left(-3z^2, 2z^3\right). \qquad (9)$$

Для заданной пары параметров уравнения (a, b) критические точки функции энергии

$$E_{ab}(z)=\frac{1}{4}z^4+\frac{1}{2}az^2+b. \qquad (10)$$

Находят из уравнения

$$0=\frac{d}{dz}E_{ab}(z)=z^3+az+b. \qquad (11)$$

Дроби в коэффициентах подбираются так, чтобы уравнения (9) и (11) получались простейшего вида. Кубическое уравнение по x имеет самое большое три и самое меньшее один вещественные корни. Природа корней зависит от значений a и b, а именно от дискриминанта $D=4a^3+27b^2$ уравнения (11). Хорошо известно, что если $D < 0$, имеется три различных вещественных корня, а если $D > 0$, то один вещественный и пара взаимно-сопряженных комплексных корней. При $D = 0$ имеются три вещественных корня, но некоторые из них совпадают между собой: если $D = 0$ и $a \neq 0$ или $b \neq 0$, то совпадают два корня, а если $D = 0$ и $a = b = 0$, то совпадают все три корня. Геометрически это означает, что природа корней, а значит и равновесие системы, зависит от положения точки (a, b) по отноше-

нию к кривой, определенной в координатах a,b уравнением

$$4a^3 + 27b^2 = 0. \qquad (12)$$

Разделим плоскость ab (рис. 3) на пять подмножеств: заштрихованную область I – от слова internal – «внутри» кривой; область E – от слова external – «вне кривой»; две ветви B_1 и B_2 кривой от слова bifurcation (бифуркация) и начало P. Точки (a, b), лежащие в области I, характеризуются уравнением $4a^3 + 27b^2 < 0$, а точки, лежащие в области E, условием $4a^3 + 27b^2 > 0$. Поэтому, если точка (a, b) лежит в области E, то имеется один вещественный корень; если точка (a, b) лежит в области I, то имеются три различных вещественных корня; если точка (a, b) лежит на кривых B_1 и B_2, то имеются три вещественных корня, но два из них совпадают между собой; для B_1 совпадение происходит с наименьшим корнем, а для B_2 с наибольшим; если точка (a, b) совпадает с $P = (0, 0)$, т.е. $a = b = 0$, то имеются три совпадающих вещественных корня и все они равны 0. Один минимум, если $(a, b) \in E$; два минимума и один максимум, если $(a, b) \in I$; один минимум и одну точку перегиба для $(a, b) \in B_1$ или B_2 и один минимум для $(a, b) = P$.

С точки зрения динамики минимумы E_{ab} отвечают устойчивым равновесиям, а максимумы и перегибы – неустойчивым. Следовательно, если пара управляющих переменных (a, b) системы лежит в области E, то имеется единственное положение устойчивого равновесия, а если в области I, то два устойчивых положения и одно неустойчивое.

Исследование положений равновесия само по себе не может сказать, где будут происходить прыжки, так как они в принципе возможны в любой точке (a, b), над которой лежат два или больше положений равновесия. Поэтому Р. Том предложил принцип, который соответствует эксперименту, и назвал его *принципом (максимального) промедления*: система делает прыжок лишь тогда, когда у нее не остается другого выбора. Однако при этом необходимо учитывать следующий факт: физическая система может делать соответствующие прыжки настолько быстро, что позволяет пренебречь затрачиваемым на это временем. И, следовательно, при этом для быстрых изменений управляющих параметров принцип промедления нарушается, т.е. для каждой конкретной системы в зависимости от действия возмущающих факторов возможны различные моменты нарушения состояния равновесия, которые могут привести к катастрофе.

Рассмотренный тип катастрофы сборки является простейшим видом катастроф. В зависимости от количества и сложности критических точек поверхности многообразия катастроф существенно усложняется и также затрудняется анализ уравнений энергии E. Иллюстрацией этого служит катастрофа ласточкина хвоста, бабочки, эллиптической, гиперболической и параболической омбилик.

Алгоритм применения предлагаемого метода.

1. На первом шаге определяется состав внешних и внутренних факторов, влияющих на изменение состояния системы.

2. Выбирается комплексный показатель изменения состояния системы в пространстве факторов во времени, который может служить характеристикой потенциальной энергии системы.

3. Третий шаг – сбор статистических данных о состоянии системы в процессе эксперимента или эксплуатации.

4. На основании собранных статистических данных об изменении состояния системы под воздействием нагрузок вычисляется функция комплексного показателя системы в пространстве факторов.

5. Исходя из опыта эксплуатации системы выбирается тип катастрофы и ее математическая модель.

6. Вычисляются корни уравнения катастрофы и определяются области устойчивого и неустойчивого состояния системы.

7. Зная изменение состояние системы в области многообразия катастрофы, вычисляются значения вероятности попадания системы в область неустойчивости, т.е. вероятность катастрофы.

Список литературы

1. Острейковский В.А. Старение и прогнозирование ресурса оборудования атомных станций. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 288 с.

2. Половко А.М. Надежность технических систем и техногенный риск / А.М. Половко, В.С. Гуров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.

3. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – 2-е изд. – М.: Высш шк., 2008. – 436 с.

4. Острейковский В.А. Анализ устойчивости и управляемости динамических систем методами теории катастроф. – М.: Высш. шк., 2005. – 326 с.

5. Острейковский В.А. Техногенная безопасность и риск от эксплуатации атомных станций: учебное пособие / В.А. Острейковский, С.П. Саакян. – Обнинск: ИАТЭ НИЯУ МИФИ, 2011. – 156 с.

6. Острейковский В.А. Техногенный риск: введение в теорию: учебное пособие. –Сургут: ИЦ СурГУ, 2009. – 63 с.

Рецензенты:

Увайсов С.У., д.т.н., профессор, профессор кафедры РТУиС Московского института электроники и математики, г. Москва;

Инютин С.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры информатики и вычислительной техники Сургутского государственного университета, г. Сургут.

Работа поступила в редакцию 23.11.2011.