УДК 620.179.119

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ, ИНИЦИИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

¹Исаева А.С., ^{1,2}Рындин, Е.А., ³Рыжук Р.В.

¹ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет», Таганрог, e-mail: isaevaas@gmail.com; ²ФГБУН «Южный научный центр Российской академии наук», Ростов-на-Дону, e-mail: rynenator@gmail.com;

³ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ», Москва, e-mail: ryzhuk-rom@yandex.ru

Применение механолюминесцентных материалов является важным направлением разработки методов неразрушающего контроля. Предложена математическая модель, связывающая величины механических напряжений в механолюминесцентном материале с параметрами инициирующего лазерного импульса для целей неразрушающего контроля. В математической модели используются уравнения теплопроводности и термоупругости, которые решаются численно с применением метода конечных разностей. Получены нестационарные распределения по координатам температур и компонент тензора напряжений в тонкой пленке механолюминофора ZnS, при длительности лазерных импульсов 1 мс для равномерного и гауссовского распределений плотности мощности по площади сечения лазерного луча. Поскольку экспериментально механолюминесценция, как правило, генерируется лазерными импульсами, разработки систем мониторинга дефектов на основе явления механолюминесценции.

Ключевые слова: модель, метод, механолюминесценция, неразрушающий контроль

THE MATHEMATICAL MODEL OF STRESSES INITIATED BY LASER PULSE

¹Isaeva A.S., ^{1,2}Ryndin E.A., ³Ryzhuk R.V.

¹Southern Federal University, Taganrog, e-mail: isaevaas@gmail.com;

²Southern Scientific Center of Russian Academy of Sciences,

Rostov-on-Don, e-mail: rynenator@gmail.com;

³National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, e-mail: ryzhuk-rom@yandex.ru

Triboluminescent materials application is an important area of nondestructive testing methods development. The mathematical model that sets a correlation between stresses on the triboluminescent material and parameters of initiating laser pulse for the purpose of nondestructive testing is proposed. The heat equation and thermoelasticity equation are used in this model. Both equations are solved numerically with using finite differences method. The thermoelasticity equation was solved in two dimensions, heat equation was solved in three dimensions and then converted into a two dimension temperature distribution. Nonstationary of temperature and stress tensor components for thin film triboluminescent material (ZnS), irradiated by laser pulse are obtained. Solutions are got both for uniform and Gauss distributions of power density of laser ray. The mathematical model could be useful in field of defect monitoring system development.

Keywords: model, method, triboluminescence, nondestructive testing

Методы неразрушающего контроля (НК) основаны на регистрации изменений физических параметров материала, из которого изготовлен диагностируемый элемент конструкции или деталь, вследствие воздействия на него неблагоприятных внешних факторов. Расширение спектра методов НК, таким образом, должно производиться за счет исследования новых физических явлений в различных материалах, возникающих при деформировании.

Многообещающими в этом отношении являются механолюминесцентные материалы. Анализ литературы по данной тематике показывает недостаточное число прикладных исследований механолюминесцентных материалов с целью разработки методов НК, в то время как в работах [5, 6, 8, 9] обозначается перспективность данного направления.

Построение математических моделей излучения для различных механолюминесцентных материалов, а также определение закономерностей формирования выходных оптических сигналов чувствительных элементов на основе механолюминесцентных материалов в зависимости от входных воздействий, вызывающих дефекты, являются необходимыми этапами разработки соответствующих систем мониторинга дефектов.

Математическая модель механических напряжений

Приведенная в работе [8] математическая модель механолюминесцентного внутрицентрового излучения цинксульфидных порошковых люминофоров не всегда может быть применена при разработке систем мониторинга, поскольку содержит большое количество несправочных величин и свя-

зывает поток излучения при механолюминесценции только с деформационными напряжениями в материале. В то же время экспериментально механолюминесценция, как правило, генерируется путем воздействия на материал лазерного импульса малой длительности $(10^{-6}-10^{-3} c)$ и радиуса [1, 4, 7] и, следовательно, величина напряжения в материале не следует явно из экспериментальных данных. Таким образом, разработка математической модели, связывающей величины механических напряжений в материале с параметрами инициирующего лазерного импульса, является актуальной задачей.

Для решения этой задачи в данной работе предложена модель, включающая нестационарное уравнение теплопроводности, описывающее распределение температуры в объекте исследования под воздействием лазерного импульса, и уравнения термоупругости [3], позволяющие определить механические напряжения, возникающие вследствие теплового воздействия:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \left(\lambda_q \nabla T \right) = f(x, y, z) = 0; (1)$$

$$\nabla^{2} \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} \right) + E \alpha_{T} \nabla^{2} \left(T - T_{0} \right) = 0; \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0; \right. \tag{3}$$

$$\left| \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \right| = 0, \tag{4}$$

где ρ – плотность материала; c – удельная теплоемкость; λ_q — коэффициент теплопроводности; T — абсолютная температура; t – время; x, y, z – координаты; f(x, y, z) – функция плотности мощности источников тепла; E – модуль Юнга; α_{T} – коэффициент линейного теплового расширения; $\sigma_{_{YY}}$, $\sigma_{xy}, \ \sigma_{yy}$ — компоненты тензора напряжения; T_0 — начальная температура тела. Уравнения (1)—(4) решались для гранич-

ных условий:

$$T\Big|_{x,y,z \text{ max}} = T\Big|_{x,y \text{ min},z} = T\Big|_{x,y \text{ max},z} = T\Big|_{x \text{ min},y,z} = T\Big|_{x \text{ max},y,z} = T_0;$$

$$(5)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{x, y, z \, \text{min}} = 0; \tag{6}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{4E_L}{\pi D^2 \tau \lambda_q}; \\ x^2 + y^2 \le \frac{D^2}{4}; \end{cases}$$
(7)

$$\sigma_{xx} \Big|_{x,y \min} = \sigma_{xx} \Big|_{x,y \max} = \sigma_{xx} \Big|_{x \min,y} = \sigma_{xx} \Big|_{x \max,y} = 0;
\sigma_{yy} \Big|_{x,y \min} = \sigma_{yy} \Big|_{x,y \max} = \sigma_{yy} \Big|_{x \min,y} = \sigma_{yy} \Big|_{x \max,y} = 0,$$
(8)

где D – диаметр лазерного пучка в месте его падения на пластину; $E_{\scriptscriptstyle L}$ – энергия лазерного импульса; т – длительность лазерного импульса.

Лазерный импульс воздействует на малую площадь поверхности тела $S = \pi D2/4$ (рис. 1).

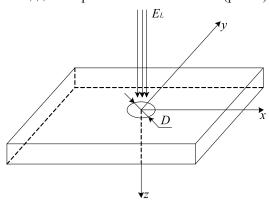


Рис. 1. Область воздействия лазерного импульса

В случае равномерного распределения плотности мощности по площади сечения лазерного луча задаются граничные условия второго рода (7).

Распределение интенсивности лазерного импульса в пучке, как правило, соответствует нормальному закону распределения Гаусса [2]. Для лучшей корреляции с экспериментальными данными следует задать для области воздействия лазерного импульса следующие граничные условия второго рода:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{4E_L}{\pi D^2 \tau \lambda_q} \exp{-\left(\frac{8(x^2 + y^2)}{D^2}\right)}; \\ x^2 + y^2 \le \frac{D^2}{4}. \end{cases}$$
(9)

В общем случае задачи тепропроводности и термоупругости решаются для трех измерений, но с учетом того, что объектом

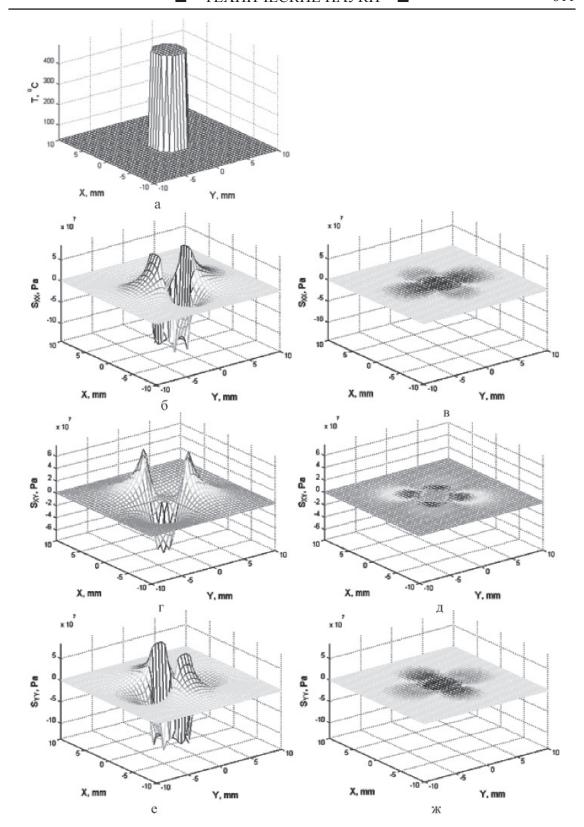
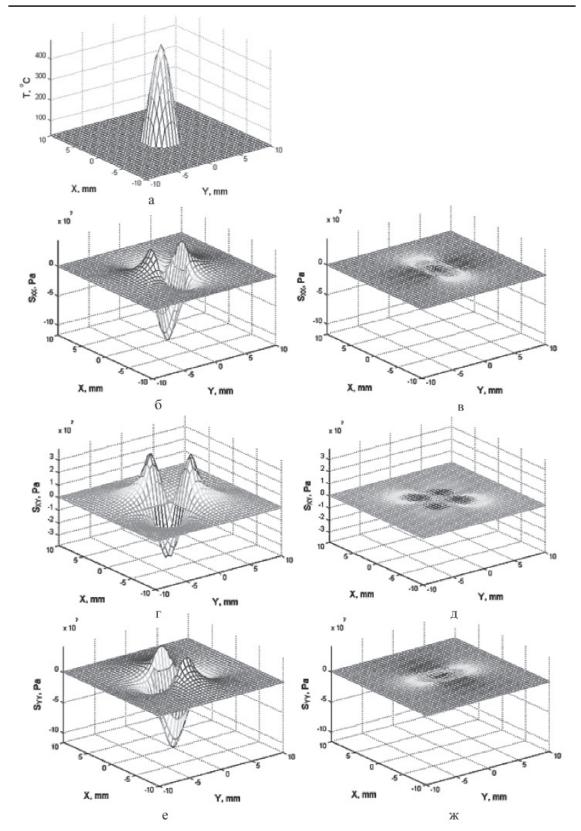


Рис. 2. Распределение по координатам температуры и напряжений на поверхности пластины для равномерного распределения плотности мощности по площади сечения лазерного луча: a — распределение температуры в момент прекращения действия лазерного импульса; b, c, c — распределение напряжений c — c » c » пластине в момент прекращения действия лазерного импульса соответственно; c » c » c » c » сластине напряжений в c » c » c » c » пластине спустя c мс после прекращения действия лазерного импульса соответственно



исследования является тонкая пленка или пластина, целесообразно решать задачу термоупругости для двух измерений (x, y), а уравнение теплопроводности для трех измерений с последующим преобразованием в двумерное распределение температуры в соответствии с выражением:

$$T(x, y, t) = \max (T(x, y, z, t)). \quad (10)$$

Задача распределения температуры в пластине решается в трех измерениях, поскольку для двух измерений тепловой поток лазерного излучения может быть задан лишь как эквивалентный внутренний источник тепла, что может оказаться некорректным. Полученные в результате решения уравнения теплопроводности нестационарные распределения температуры использовались для последующего решения уравнения термоупругости.

Система (1)–(10) решалась численно с использованием метода конечных разностей.

Учет в граничных условиях задачи процессов конвекции и лучистого обмена не составляет значительной вычислительной сложности, однако в данной работе эти процессы не учитывались исходя из следующих соображений:

- для изучения процесса механолюминесценции существенное значение имеют напряженные состояния на малом отрезке времени, недостаточном для релаксации материала, и, следовательно, потери тепла за счет конвективного теплообмена не будут заметно влиять на погрешность решения;
- значительному нагреву подвергается слишком малая площадь поверхности материала, чтобы потери тепла посредством лучистого обмена заметно повлияли на погрешность решения на рассматриваемом малом отрезке времени.

По результатам проведенных вычислений непосредственное решение системы уравнений (1)—(10) приводит к неадекватным результатам вне зависимости от метода дискретизации уравнений первого порядка (3) и (4). С целью решения данной проблемы уравнения (3) и (4) системы (1)—(10) были приведены посредством дополнительного дифференцирования к виду:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial y^2} = 0; \tag{11}$$

$$\nabla^2 \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial x \partial y}.$$
 (12)

Численное решение системы уравнений (1), (2), (5)–(12) выполнялось для исходных данных, соответствующих сульфиду цинка, обладающему механолюминесцентными свойствами.

Результаты моделирования

На рис. 2–3 приведены распределения по координатам температур и компонент тензора напряжений σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yy} в различные моменты времени, полученные из решения системы (1), (2), (5)–(12) при длительности лазерных импульсов 1 мс для равномерного и гауссовского распределений плотности мощности по площади сечения лазерного луча.

Заключение

Разработанная модель позволяет получить нестационарные распределения температур и компонент тензора механических напряжений в зависимости от параметров лазерных импульсов, что обеспечит эффективное применение экспериментальных данных для разработки систем мониторинга дефектов на основе явления механолюминесценции.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (Гос. контракт № 16.740.11.0425 от 03.12.2010, гос. соглашение № 14.А18.21.0126) в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009—2013 годы.

Список литературы

- 1. Банишев А.Ф., Большухин В.А., Азаров А.Д. Механолюминесценция мелкодисперсного порошкообразного твердого раствора SrAl2O4:(Eu2 + ,Dy3 +), возбуждаемая воздействием лазерных импульсов // Физика и химия обработки материалов. 2008. Ne 3. C. 24-27.
- 2. Глушков А.А., Простакишин А.С., Слюсарева Е.А., Сизых А.Г. Влияние пространственного распределения интенсивности лазерного излучения на кинетику фото-обесцвечивания красителя в полимерной матрице // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. − 2012. № 5(1). С. 57–62.
- 3. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова Думка, 1970. С. 43–48.
- 4. Коршунов В.В., Сенчуков Ф.Д., Шмурак С.З. Исследование временных характеристик деформационной люминесценции // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 408–412.
- 5. Макарова Н.Ю. Интеллектуальные композиционные панели со встроенными механолюминесцентными датчиками давления // Актуальные проблемы авиации и космонавтики: тезисы Всеросийской научн.-практ, конференции. Красноярск, 2005. С. 65–66.
- 6. Система мониторинга напряженно-деформированного состояния крыльев самолета / Н.Ю. Макарова, А.Г. Спажакин, П.П. Корнилов, Ю.С. Клименко, Р.А. Скорняков // Актуальные проблемы авиации и космонавтики: тезисы Всероссийской научн.-практ. конференции. Красноярск, 2005. С. 67—68.

- 7. Исследование центров люминесценции, обязанных присутствию меди и цинка в ZnSe / H.К. Морозова, И.А. Каретников, В.В. Блинов, Е.М. Гаврищук // Физика и техника полупроводников. 2001. Т. 35, Вып. 1. С. 25—33.
- 8. Татмышевский К.В. Механолюминесцентные (светогенерационные) сенсорные элементы для современных информационно-измерительных технологий // Микросистемная техника. 2004. N 12. C. 4–10.
- 9. Татмышевский К.В. Научные основы расчета и проектирования механолюминесцентных чувствительных элементов датчиков импульсного давления: дис. ... д-ра тех. наук. Владимир, 2009. С. 46.

References

- 1. Banishev A.F., Bolshukhin V.A., Azarov A.D. Fizika i khimiya obrabotki materialov. 2008. no 3, pp. 24–27.
- 2. Glushkov A.A., Prostakishin A.S., Slyusareva E.A., Sizykh A.G. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2012. no 5(1), pp. 57–62.
- 3. Kovalenko A.D. *Osnovy termouprugosti* [The fundamentals of termoelasticity]. Kiev, Naukova Dumka, 1970, pp. 43–48.
- 4. Korshunov V.V., Senchukov F.D., Shmurak S.Z. *Pisma v ZHETF* (JETP Letters) 1971. t. 13, pp. 408–412.

- 5. Makarova N.Y. *Tezisy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferencii Aktualnye problemy aviacii i kosmonavtiki* (The actual problems of aviation and astronautics) Krasnoyarsk 2005, pp. 65–66.
- 6. Makarova N.Y., Sparzhakin A.G., Kornilov P.P., Klimenko Y.S., Skornyakov R.A. *Tezisy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferencii Aktualnye problemy aviacii i kosmonavtiki* (The actual problems of aviation and astronautics) Krasnoyarsk 2005, pp. 67–68.
- 7. Morozova N.K., Karetnikov I.A., Blinov V.V., Gavrischuk E.M. *Fizika I tekhnika poluprovodnikov.* 2001. T. 35, no. 1, pp. 25–33.
- $8.\, Tatmyshevsky \, K.V. \, \textit{Mikrosistemnaya tekhnika}. \, 2004.$ no 12, pp. 4–10.
- 9. Tatmyshevsky K.V. Nauchnye osnovy rascheta I proektirovaniya mehanolyuminescentnyh chuvstvitelnykh elementov datchikov impulsnogo davleniya. Vladimir, 2009, pp. 46.

Рецензенты:

Агеев О.А., д.т.н., профессор, директор НОЦ «Нанотехнологии»;

Жорник А.И., д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической, общей физики и технологии ФГБОУ ВПО ТГПИ.

Работа поступила в редакцию 26.10.2012.