

УДК 572.512.6 + 572.512.823

## ЗНАЧЕНИЯ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ В СООТНОШЕНИЯХ КОСТНЫХ СЕГМЕНТОВ КИСТИ ЧЕЛОВЕКА

Ермоленко А.С., Хайруллин Ф.Р., Хайруллин Р.М.

ГОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», Ульяновск, e-mail: khayrullin@list.ru

На стандартных рентгенограммах кисти человека исследованы величины отношений длин отдельных костных сегментов пальцев и пястных костей. Показано, что их средние статистические значения близки к значениям чисел Фибоначчи или числам двойных отношений (вурфу) и в целом характеризуются пальцевой формулой:  $IV > III > V > II \geq I$ . Однозначного соответствия анатомической организации костных сегментов кисти человека универсальным принципам совершенства геометрических форм не выявлено, предполагается, что это явление обусловлено морфогенетически.

**Ключевые слова:** кисть человека, числа Фибоначчи

## VALUES FIBONACCI NUMBERS IN RATIOS OF HUMAN HAND BONE SEGMENTS

Ermolenko A.S., Khayrullin F.R., Khayrullin R.M.

Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, e-mail: khayrullin@list.ru

On standard human hand radiographs investigated the ratios of the lengths of individual bone segments of fingers and metacarpal bones. It is shown that their average statistical values are close to the Fibonacci numbers or the number of double ratios (wurf) and in general are characterized by finger formula:  $IV > III > V > II \geq I$ . Correspondence of the structural organization of bone segments of the human hand to the principles of universal perfection of geometric forms is not established, it is assumed that this phenomenon is caused by morphogenetic.

**Keywords:** human hand, Fibonacci numbers

Золотые сечения или «sectio aurea», несмотря на иррациональный характер, являются эталоном совершенной симметрии и максимальной эстетичности. Их оптимальность заключается в реализации принципа максимума информации при наименьшей затрате ресурсов [5]. Ярким примером золотых сечений являются известные в искусстве каноны построения фигуры человека [7]. Никакой другой, из внешних частей его тела, как только кисти с её высокоорганизованной билатеральной, радиальной пятилучевой симметрией и полисегментарной архитектурой не соответствует такое число математически уникальных пропорций отдельных элементов [7, 13]. Пропорциональность и общая архитектура кисти обусловлена определёнными количественными отношениями костных элементов III луча, который характеризуется постоянным значением пястно-фалангового индекса (отношением длины пальца к длине соответствующей пястной кисти), равным 1,368–1,585 [1]. По данным некоторых авторов, длина III пальца вдоль центральной продольной оси конечности равна суммарной длине пястья и запястья [7]. Согласно художественным канонам, соотношение длин сегментов пальца отражает математический ряд чисел Фибоначчи (F) – 0, 1, 1, 2, 3, 5, и т.д., в котором их последовательность прогрессирует с соотношением 1,618 и каждое последующее число есть сумма двух предыдущих [10, 12, 13]. Исходя из того, что в общем виде золотая p-пропорция есть положительный корень уравнения золотого p-сечения:

$x^{p+1}x^p - 1 = 0$ , где p может принимать значения от 0 до  $\infty$ , можно получить обобщённые золотые p-пропорции I типа (при  $p = 2F_1 = 1,618$ ), II типа ( $p = 3, F_2 = 1,465$ ) и т.д. [3, 8]. Соотношения сумм длин проксимальной и средней фаланг трёхфаланговых пальцев к общей длине всего пальца, длины III пальца к длине V-го также дают число золотой пропорции [14]. Для характеристики II–IV пальцев кисти, являющихся трёхчленными блоками, С.В. Петухов предложил использовать показатель, названный им вурфом, от немецкого «wurf» – бросок [6]. В каждом трёхчленном блоке рост длины одного звена согласован с удлинением двух других звеньев так, что в распрямлённом блоке сохраняется инвариант одномерных преобразований, называемых двойным отношением или вурфом. Результаты вычисления вурфа для трёхфаланговых пальцев показали, что все они группируются вокруг числа 1,3, при этом особой онтогенетической стабильностью его величины обладает средний палец кисти, который можно считать эталоном трёхчленного кинематического блока [6]. И если с художественной целью использование таких эталонных пропорций вполне оправдано, то статистические данные о реальной частоте встречаемости золотых пропорций сегментов пальцев и костных лучей кисти в литературе отсутствуют.

**Целью настоящего исследования** явилось установление средних значений соотношений длин костных сегментов лучей кистей с учётом полового диморфизма и их

соответствия инвариантным значениям золотых пропорций.

### Материал и методы исследования

Настоящее исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-04-99059) и Федерального агентства по науке и инновациям РФ (государственный контракт № 02.740.11.0610). Объект исследования – 200 рентгенограмм кисти (100 мужских и 100 женских), полученные лечебными, протезно-ортопедическими и иными учреждениями, независимо от целей и задач настоящего исследования, в диагностических и идентификационных целях для определения возможной патологии мягких тканей и костно-суставного аппарата верхней конечности и в которых таковая не была обнаружена. Все рентгенограммы были предоставлены в распоряжение авторов после обязательной деперсонализации индивидуальных данных за исключением возраста и пола обследуемого, что не противоречит законодательству РФ, российским и международным этическим нормам и правилам проведения исследований на животных и человеке. Средний возраст мужчин составил  $46,3 \pm 1,1$  года ( $M \pm m$ ), средний возраст контингента женщин составил  $49,2 \pm 0,9$  года ( $M \pm m$ ). Во всех случаях рентгенография кистей с захватом лучезапястных суставов проводилась со стандартными режимами настройки (напряжение – 80 кВ, сила тока – 40 мА, экспозиция – 0,25 с), расстояние от источника рентгеновского излучения до объекта

исследования соответствовало – 90 см [9]. Кисть располагалась над рентгеновской плёнкой, размещённой в светонепроницаемом конверте в нейтральном положении с ладонью, обращённой книзу. Центральный луч рентгеновской трубки ориентировался перпендикулярно к запястно-пястному суставу III пальца [15]. Морфометрия рентгенограмм, которая включала измерение костной длины пястных костей и фаланг пальцев I-V лучей кисти, проводилась калипер-циркулем фирмы Rosscraft (США) с точностью  $\Delta = 0,01$  мм. Золотую пропорцию II-V пальцев кисти характеризовали вурфом (W), который был определён для каждого пальца по формуле:  $W = [(DF + MF) \times (MF + PF) / [(DF + MF + PF) \times MF]]$ , где DF – длина ногтевой фаланги, MF – длина средней фаланги, PF – длина проксимальной фаланги. Стандартные процедуры статистической обработки полученных данных произведены с использованием t-критерия Стьюдента и однофакторного дисперсионного анализа (ANOVA).

### Результаты исследований и их обсуждение

Средние значения показателей золотой пропорции лучей кисти возрастают к ульнарному краю кисти с максимумом значений на IV лучах (в мужских –  $\Phi = 1,37...1,517$ , женских –  $\Phi = 1,354...1,527$ ) и с преобладанием показателей на дистальных сегментах правых конечностей (табл. 1).

Таблица 1

Наблюдаемые значения золотой пропорции костных лучей кисти

Пол	Сторона тела	Лучи кисти, $X \pm s, (n)$				
		I	II	III	IV	V
Мужской	Правая	$1,175 \pm 0,007$ (94)	$1,162 \pm 0,006$ (91)	$1,405 \pm 0,007$ (95)	$1,51 \pm 0,008$ (94)	$1,317 \pm 0,007$ (95)
	Левая	$1,171 \pm 0,008$ (82)	$1,248 \pm 0,007$ (82)	$1,395 \pm 0,009$ (81)	$1,381 \pm 0,009$ (80)	$1,299 \pm 0,007$ (79)
Женский	Правая	$1,154 \pm 0,004$ (82)	$1,163 \pm 0,004$ (74)	$1,413 \pm 0,006$ (84)	$1,503 \pm 0,006$ (84)	$1,259 \pm 0,004$ (83)
	Левая	$1,146 \pm 0,004$ (74)	$1,235 \pm 0,003$ (75)	$1,389 \pm 0,005$ (79)	$1,365 \pm 0,004$ (78)	$1,25 \pm 0,005$ (83)

Независимо от пола золотая пропорция I типа ( $\Phi_1 = 1,618$ ) для лучей кисти не выявлена, наиболее близкими к ней оказались показатели IV луча правых кистей мужчин ( $\Phi = 1,503...1,51$ ). Соотношения длин соответствующих сегментов III лучей кисти, как мужских, так и женских, а также длин сегментов IV лучей левых мужских кистей относятся к золотым пропорциям II–III типов ( $\Phi_{2-3} = 1,381...1,413$ ). Для II лучей левых кистей и V лучей обеих кистей выявлены золотые пропорции IV–VII типов ( $\Phi_{4-7} = 1,317...1,235$ ). Золотые пропорции отношений сегментов II лучей правых кистей и I лучей обеих кистей являются обобщёнными p-пропорциями X–XV типов ( $\Phi_{10-15} = 1,146...1,175$ ). Унилатеральные различия средних значений показателей золотой пропорции для лучей кистей не-

зависимо от пола характеризуются формулой:  $IV > III > V > II \geq I$  ( $F = 132,2...927,1$ ,  $p < 0,001$ ). Билатеральные различия по средним значениям показателя золотого сечения соотношения сегментов выявлены для II и IV лучей мужских кистей ( $t = 9,41...10,598$ ,  $p < 0,001$ ) и для II–IV лучей женских кистей ( $t = 3,061...18,544$ ,  $p < 0,001$ ).

Для I пальцев кисти наиболее высокие показатели «золотой пропорции» выявлены у женщин, которые наиболее близки к значению  $\Phi = 1,465$  (табл. 2). Среди трёхфаланговых пальцев распределение показателей золотой пропорции имеет нелинейный характер с максимальным значением вурфа на мизинцах независимо от пола и стороны тела ( $1,414–1,421$ ), а наиболее близкие к вурфу значения, т.е.  $\approx 1,31$ , выявлены на III пальцах независимо от пола. По результатам диспер-

сионного анализа установлены унилатеральные различия трёхфаланговых пальцев по средним значениям вурфа, которые независимо от пола, типа кисти и стороны тела характеризуются формулой:  $V > II > IV \geq III$

( $F = 12,49...458, p < 0,001$ ). Статистически значимые билатеральные различия по средним значениям показателей «золотой пропорции» выявлены только для III пальцев мужских кистей ( $t = 2,534, p < 0,001$ ).

**Таблица 2**

Показатели значений золотой пропорции и вурфа пальцев кисти,  $X \pm s_x (n)$

Пол	Сторона тела	Пальцы кисти				
		I	II*	III*	IV*	V*
Мужской	Правая	1,400 ± 0,011 (94)	1,380 ± 0,003 (93)	1,323 ± 0,003 (93)	1,334 ± 0,003 (94)	1,414 ± 0,004 (93)
	Левая	1,415 ± 0,013 (83)	1,373 ± 0,003 (82)	1,315 ± 0,002 (83)	1,332 ± 0,002 (80)	1,421 ± 0,006 (82)
Женский	Правая	1,454 ± 0,007 (76)	1,371 ± 0,002 (81)	1,316 ± 0,001 (80)	1,331 ± 0,001 (80)	1,417 ± 0,001 (62)
	Левая	1,484 ± 0,006 (72)	1,375 ± 0,002 (79)	1,316 ± 0,002 (81)	1,332 ± 0,002 (83)	1,419 ± 0,001 (65)

Примечание: \* – золотая пропорция II–V пальцев характеризуется вурфом (W).

Вряд ли будет преувеличением отметить факт уникальности положения человека в живой природе, определяемого уникальностью его кисти. Эта часть тела является высокодифференцированным органом труда, восприятия и обмена как простой моторно-сенсорной, так и сложной знаковой информацией, организованной в самых различных формах – от жестов и орудийно-трудовой деятельности до высот художественного творчества. Кисть как часть тела остаётся не только предметом исследования, но и, по словам Н.И. Пирогова, предметом восхищения и неоднократных попыток воссоздания «чуждого механизма», изобретённого природой. Все орудия и инструменты, созданные умом человека, составляют лишь слабое подражание этому механизму, «далеко отстоящее от него в удобстве, простоте и изяществе формы» (Пирогов Н.И., 1845). Отсюда естественны попытки придать (приписать) этому органу структурные и функциональные совершенства, наличие которых, равно как и совершенство форм других органов, вызывает закономерные сомнения, прежде всего в их биологической целесообразности и даже в ряде случаев противоречат им [4]. Научно-практический интерес к архитектуре кисти в последнее время резко возрос в связи с актуальностью конструирования т.н. «экзоскелетов», позволяющих эффективно восстанавливать двигательную сферу постинсультных больных [11, 16].

С анатомической точки зрения скелет кисти человека организован по принципам оптимальной полисегментарной рычаговой конструкции, в основе которой лежат прин-

ципы устойчивости захватных механизмов. Очевидно, что жесткая детерминация пропорций отдельных сегментов в условиях зависимо от факторов внешней среды морфогенеза практически невозможна. Установленные нами средние значения золотых r-пропорций для лучей кисти характеризуются формулой:  $III - IV > II, V > I$ , которая аналогична пальцевой формуле ( $III > IV > II > V > I$ ). Из этого следует, что известные морфологические градиенты кисти (ульнарно-радиальный, билатеральный, проксимо-дистальный и другие) определяют не только закономерности длины лучей и взаимоотношения составляющих их костей, но и распределяют значения золотых r-пропорций, соответствующих принципам универсального структурного и функционального совершенства. Более того, отсутствие значений золотой пропорции I типа для всех лучей кисти подтверждает представления о том, что гармоничное состояние системы, соответствующее классической золотой пропорции, не является единственным и что для одной и той же системы может существовать некоторое ( $n = 1 \rightarrow \infty$ ) количество «гармоничных» состояний, своеобразных инвариантов морфогенеза, которые в нашем исследовании представлены золотыми пропорциями II–VII, X–XV типов. Таким образом, в анатомической структуре кисти закономерности универсального совершенства воплощены лишь в самом общем виде. Не отрицая того факта, что эти закономерности детерминированы на генетическом уровне системой гомеозисных генов, определяющих сегментацию всего тела человека, следует признать, что «генетиче-

ские факторы сами по себе лишены однозначного морфогенетического смысла; они приобретают его лишь в контексте определённых, структурно-устойчивых динамических схем морфогенеза» [2].

### Выводы

Согласно полученным результатам реальные среднестатистические значения в соотношениях костных сегментов лучей мужских и женских кистей, измеренные на стандартных рентгенограммах, не достигают эталонного значения золотой пропорции для двухсегментных комплексов и значения вурфа для трёхсегментных. Наиболее близкие к эталонному значению вурфа показатели обнаружены в отношениях сегментов III пальца левых кистей независимо от пола. Таким образом, на статистическом уровне однозначное соответствие анатомической организации костных сегментов кисти человека универсальным принципам совершенства геометрических форм не выявляется. Они имеют ориентировочный характер, а их реальные, обусловленные морфогенезом среднестатистические значения лишь приближаются к ним.

Авторы благодарят РФФИ (грант № 08-04-99059) и Федеральное агентство по науке и инновациям РФ (государственный контракт № 02.740.11.0610) за финансовую поддержку исследования, результаты которого изложены в настоящей статье.

Авторы заявляют об отсутствии каких бы то ни было конфликтов интересов с кем бы, то ни было в отношении идеи, планирования, выполнения и опубликования результатов настоящего исследования и их последующего использования в коммерческих или иных целях.

### Список литературы

1. Астанин, Л.П. Скелет кисти приматов и человека: дис. ... д-ра мед. наук. – Л.: Ленинградский мед. ин-т, 1950. – 418 с.
2. Белоусов Л.В. Биологический морфогенез. – М.: МГУ, 1987. – 239 с.

3. Голицын, Г.А., Петров В.М. Информация – поведение – творчество. – М.: Наука, 1991. – 224 с.

4. Заренков Н.А. Биосимметрия. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 320 с.

5. Ляпунов А.А. Кибернетический подход к теоретической биологии // Кибернетика живого: Биология и информация. – М.: Наука, 1984. – С. 38–45.

6. Петухов, С.В. Биомеханика, бионика и симметрия. – М.: Наука, 1981. – 240 с.

7. Пластическая анатомия. – М.: ООО «Изд-во АСТ»: «ООО Изд-во Астрель», 2003. – 314 с.

8. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. – М.: Радио и связь, 1984. – 365 с.

9. Феоктистов В.И. Рентгеновское изображение, его метрические свойства и их применение в клинике. – М.: Медицина, 1966. – 263 с.

10. Гармоническая соразмерность частей тела человека и принцип обобщённого золотого сечения / П.Ф. Шапаренко, В.А. Лужецкий // Морфология. – 1992. – Т. 103, № 11–12. – С. 122–130.

11. Abolfathi P.P. Development of an Instrumented and Powered Exoskeleton for the Rehabilitation of the Hand. – Thesis of Degree of PhD. – Sydney, 2008. – 122 p.

12. Dunlap R.A. The Golden Ratio and Fibonacci Numbers. – World Scientific Publishing Company, 1998. – 162 p.

13. Surgical and functional anatomy of the finger / J.W. Littler, J.S. Thompson // The Hand and upper Limb. – Vol. 1. – L., Melbourn, N.-Y.: Churchill Livingstone, 1987. – P. 14–20.

14. Mehmet, S.B. Altin Oran Dogada Sanatta. – Arkeoloji ve Sanat Yayinlari, 1993. – 192 s.

15. Radiographic assessment of the index to ring finger ratio (2D:4D) in adults / J. Robertson, W. Zhang, J.J. Liu et al. // J. Anat. – 2008. – Vol. 212, № 1. – P. 42–48.

16. Development and pilot testing of HEXORR: hand EXOskeleton rehabilitation robot / C.N. Schabowsky, S.B. Godfrey, R.J. Holley, P.S. Lum // J. Neuroeng. Rehabil. – 2010. – Issue 28. – P. 7–36.

### Рецензенты:

Музурова Л.В., д.м.н., профессор, профессор кафедры анатомии человека ГОУ ВПО «Саратовский ГМУ имени В.И. Разумовского», г. Саратов;

Молдавская А.А., д.м.н., профессор кафедры анатомии человека Астраханской государственной медицинской академии, г. Астрахань.

Работа поступила в редакцию 28.04.2011.