



УДК 534.1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ОТСЛЕЖИВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ СТРОИТЕЛЬНОГО ПОНТОНА, НАХОДЯЩЕГОСЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

Черников А.В.*ГОУВПО «Пермский государственный университет», Пермь, e-mail: arsenyperm@mail.ru*

При застреливании в грунт строительных элементов из артиллерийского орудия, ствол которого расположен вертикально к поверхности качающейся платформы с размещенной на ней пушкой, находящейся на поверхности воды, может возникнуть ситуация, когда платформа принимает не строго горизонтальное положение. Это приводит к невертикальному застреливанию строительного элемента в дно водоема. Для исключения подобных случаев необходимо использовать устройство отслеживания горизонтального положения качающейся платформы. В статье предлагается математическая модель устройства отслеживания горизонтального положения строительного понтона, находящегося на водной поверхности. На основе численных экспериментов анализируется поведение устройства при наличии внешних источников колебания.

Ключевые слова: математическая модель, волны, система управления, понтон

MATHEMATICAL MODELING OPERATION OF THE DEVICE FOR OBSERVATION A HORIZONTAL POSITION OF THE BUILDING PONTOON THAT WERE ON A SURFACE OF WATER

Chernikov A.V.*Perm State University, Perm, e-mail: arsenyperm@mail.ru*

At immersing in a ground the building element from an artillery gun which trunk is located vertically to a surface of oscillating platform with the gun placed on a surface of water, there may be a situation when the platform accepts not strictly horizontal position. It reduces in not vertical immersing a building element in a bottom of a reservoir. For elimination of similar cases it is necessary to use the device's observation a horizontal position of oscillating platform. In paper the mathematical model of the device's observation a horizontal position of the building pontoon that were on a water table is offered. On the basis of numerical experiments the behavior of the device is analyzed at presence of exterior source of oscillation.

Keywords: mathematical model, waves, control system, pontoon

При застреливании в грунт строительных элементов из артиллерийского орудия, ствол которого расположен вертикально к поверхности качающейся платформы с размещенной на ней пушкой, находящейся на поверхности воды, может возникнуть ситуация, когда платформа принимает не строго горизонтальное положение. Это приводит к невертикальному застреливанию строительного элемента в дно водоема. Для исключения подобных случаев необходимо использовать устройство отслеживания горизонтального положения качающейся платформы. Определение горизонтального положения платформы, качающейся на водной поверхности, особенно важно в связи с необходимостью автоматического производства выстрела в момент, соответствующий ее строгому горизонтальному положению на водной поверхности.

Целью статьи являются описание принципиальной схемы устройства, отслеживающего вертикальное положение ствола (горизонтального положения платформы) и разработка его математической модели. На конструкцию устройства получен патент РФ на изобретение [1].

Устройство отслеживания вертикального положения ствола строительного артиллерийского орудия на качающейся платформе (или горизонтального положения качающейся платформы) [1] состоит из трех вложенных друг в друга полусфер 1, 2, 4, внутренняя 2 и внешняя 1 полусферы жестко установлены на качающейся платформе 3, промежуточная полусфера свободно перемещается между ними, все полусферы имеют в нижней части отверстия 5, 6, при этом промежуточная полусфера в районе отверстия снабжена утяжелителем 7. Причем при строго горизонтальном положении платформы отверстия всех полусфер, источник света 8, размещенный во внутренней полусфере, и фотодиод 9, размещенный за внешней полусферой – расположены на одной оси 10, направленной к центру земли. Между полусферами размещена прозрачная смазка 11 (рис. 1).

Система работает следующим образом: при колебании качающейся платформы относительно оси силы тяжести платформа принимает положение, где отверстия 5, 6 и фотодиод оказываются на одной оси 10, луч света от источника света 8 попадает на



фотодиод 9, замыкая электрическую цепь, проходящую через фотодиод 9, тем самым осуществляя электрическое воспламенение порохового заряда при использова-

нии порохового механизма, вертикально расположенного относительно поверхности платформы ствола артиллерийского орудия.

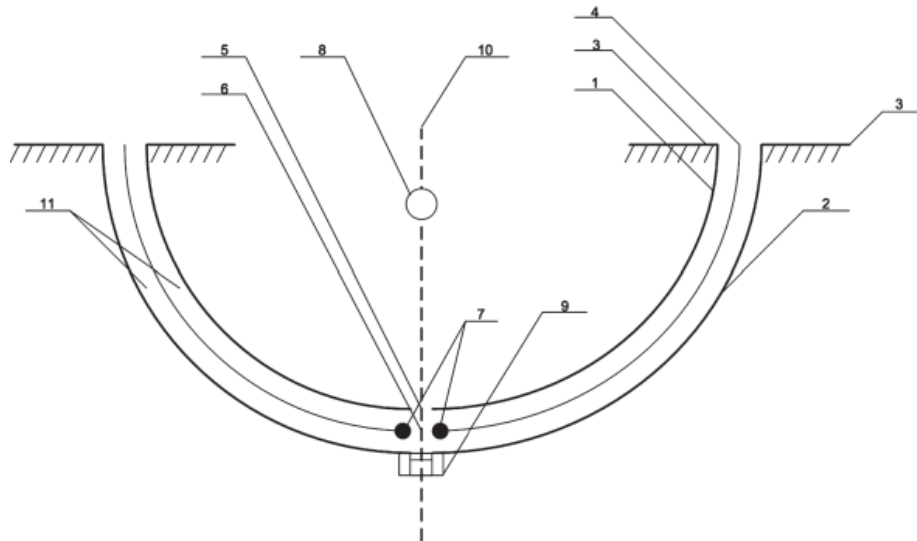


Рис. 1. Схема устройства отслеживания горизонтального положения качающейся платформы

Построим математическую модель устройства отслеживания горизонтального положения качающейся платфор-

мы. Для этого рассмотрим колебания промежуточной полусферы устройства (рис. 2).

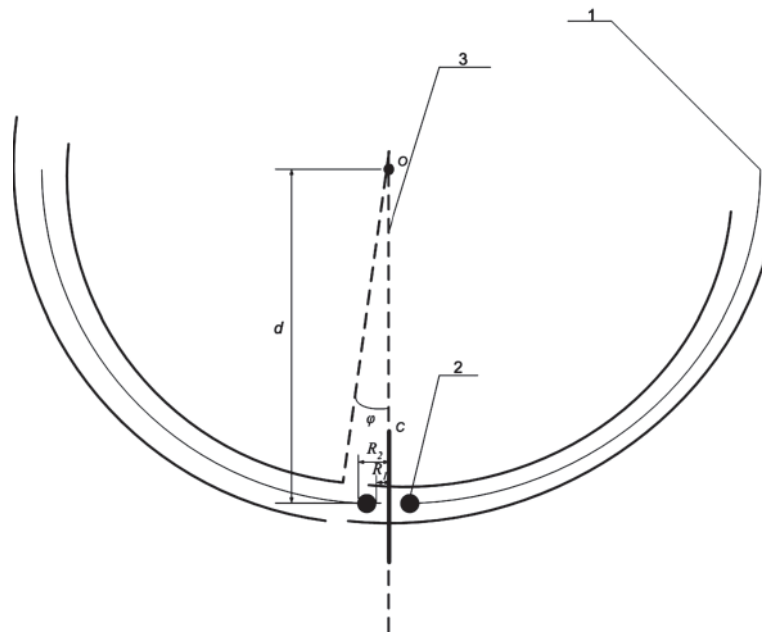


Рис. 2. Промежуточная полусфера устройства отслеживания вертикального положения ствола строительного артиллерийского орудия, где 1 – промежуточная полусфера; 2 – утяжелитель; 3 – ось, направленная к центру земли

Согласно теории классической механики, примененной для описания движения промежуточной полусферы, воспользуемся уравнением вынужденных колебаний для физического маятника [2]:

$$I_O \ddot{\varphi} + (m_{yt} + m_{nc})gd\varphi = A \sin(\omega t), \quad (1)$$

где I – момент инерции полусферы и утяжелителя относительно оси O ; φ – угол отклонения маятника от положения равновесия; m_{yt} – масса утяжелителя в низу полусферы; m_{nc} – масса полусферы; d – расстояние между осью вращения O и центром масс C ; A – амплитуда колебания волны; ω – циклическая частота колебания волны.



Момент инерции полусферы относительно центра масс C равен [2]:

$$I_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} M d^2 = \frac{2}{5} m_{\text{nc}} d^2,$$

где $\frac{2}{5} M d^2$ – момент инерции сферы относительно центра масс C ; $M = 2m_{\text{nc}}$ – масса сферы.

Утяжелитель представляет собой сплошной цилиндр массы m_{yt} с внешним

радиусом R_2 и внутренним радиусом R_1 . Соответственно момент инерции относительно центра масс C равен [2]:

$$I_G = m_{\text{yt}} \frac{R_1^2 + R_2^2}{2}.$$

Момент инерции полусферы и утяжелителя относительно оси вращения O равен сумме моментов инерции составных частей и удовлетворяет соотношению:

$$\begin{aligned} I_O &= I_C + (I_G + m_{\text{yt}} d) = \frac{2}{5} m_{\text{nc}} d^2 + m_{\text{yt}} \frac{R_1^2 + R_2^2}{2} + m_{\text{yt}} d = \\ &= \frac{4m_{\text{nc}} d^2 + 5m_{\text{yt}} (R_1^2 + R_2^2 + d^2)}{10}. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставив в уравнение (1) полученное значение для момента инер-

ции полусферы и утяжелителя (2), получим:

$$\ddot{\varphi} + \frac{10gd(m_{\text{nc}} + m_{\text{yt}})}{4m_{\text{nc}} d^2 + 5m_{\text{yt}} (R_1^2 + R_2^2 + d^2)} \varphi - \frac{10A}{4m_{\text{nc}} d^2 + 5m_{\text{yt}} (R_1^2 + R_2^2 + d^2)} \sin(\omega t) = 0. \quad (3)$$

На основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений найдем решение линейного неоднородного дифференциального уравнения (3) с постоянными коэффициентами, предварительно сделав следующие замены:

$$\frac{10gd(m_{\text{nc}} + m_{\text{yt}})}{4m_{\text{nc}} d^2 + 5m_{\text{yt}} (R_1^2 + R_2^2 + d^2)} = A1;$$

$$\frac{10A}{4m_{\text{nc}} d^2 + 5m_{\text{yt}} (R_1^2 + R_2^2 + d^2)} = B1.$$

Решение дифференциального уравнения (3) представляет собой функцию:

$$\varphi(t) = C1 \cos(\sqrt{A1}t) + C2 \sin(\sqrt{A1}t) - \frac{B1 \sin(\omega t)}{\omega},$$

где $C1$ и $C2$ произвольные константы, зависящие от конкретных начальных условий задачи Коши.

Найдем решения дифференциального уравнения (3) для некоторых случаев. Представим их в табл. 1. При расчетах используем математический пакет MathCad [3].

Таблица 1

Решения дифференциального уравнения для устройства отслеживания горизонтального положения качающейся платформы

Начальные условия задачи Коши	m_{nc} , кг	m_{yt} , кг	ω , рад/с	T_1 , с	T_2 , с
$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0$	0,5	0,7	7	0,25	0,35
$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,7	7	0,20	0,10
$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0$	0,1	2,0	7	0,35	4,50
$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	7	0	0
$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	10	0,05	0,03
$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	2	0	0
$\varphi(0) = 0,2, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	7	0,10	-1,05
$\varphi(0) = 0,2, \varphi'(0) = 1$	0,1	0,15	7	0,15	-1,00
$\varphi(0) = 0,2, \varphi'(0) = 0,5$	0,1	0,15	7	0,15	-0,90
$\varphi(0) = 0,5, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	7	0,20	-0,80
$\varphi(0) = 0,5, \varphi'(0) = 1$	0,1	0,15	7	0,20	-0,60

Примечание. T – разность времен достижения горизонтального положения качающейся платформы и волны ($\varphi(t) = 0$ – горизонтальное положение) при первом колебании, T_2 – разность времен достижения горизонтального положения качающейся платформы и волны ($\varphi(t) = 0$ – горизонтальное положение) при третьем колебании платформы на воде.

Пусть постоянными параметрами в дифференциальном уравнении (3) будут $d = 0,4$ м, $R_1 = 0,05$ м, $R_2 = 0,01$ м, $A = 0,2$ м.

Анализ результатов, приведенных в табл. 1, показывает, что при увеличении $m_{\text{ут}}$ более чем на 0,5 кг в системе может наблюдаться противофаза колебаний подвижной полусферы и волны водной поверхности, на которой находится платформа. При выполнении условий $m_{\text{пс}} = 0,1$ кг, $m_{\text{ут}} = 0,15$ кг система при первом колебании может неверно определять горизонтальное положение качающейся платформы, а при последующих колебаниях могут возникать собственные колебания подвижной полусферы.

Исходя из сказанного следует вывод о том, что необходимо ввести фиксацию промежуточной полусферы устройства отслеживания вертикального положения ствола строительного артиллерийского орудия и

временную задержку для исключения неверных показаний системы.

Рассмотрим устройство отслеживания горизонтального положения качающейся платформы с фиксацией промежуточной полусферы. Работа устройства и математическая модель аналогичны описанным выше. Отличие заключается в следующем: устройство дополнено двумя заслонками промежуточной полусферы, необходимыми для фиксации промежуточной полусферы между выстрелами; двумя электромагнитами, приводящих в движение заслонки; одной заслонкой отверстия во внешней полусфере фотодиода, открывающейся с временной задержкой после открытия заслонок промежуточной полусферы, необходимой для корректной работы системы в момент ее запуска. Схема устройства представлена на рис. 3.

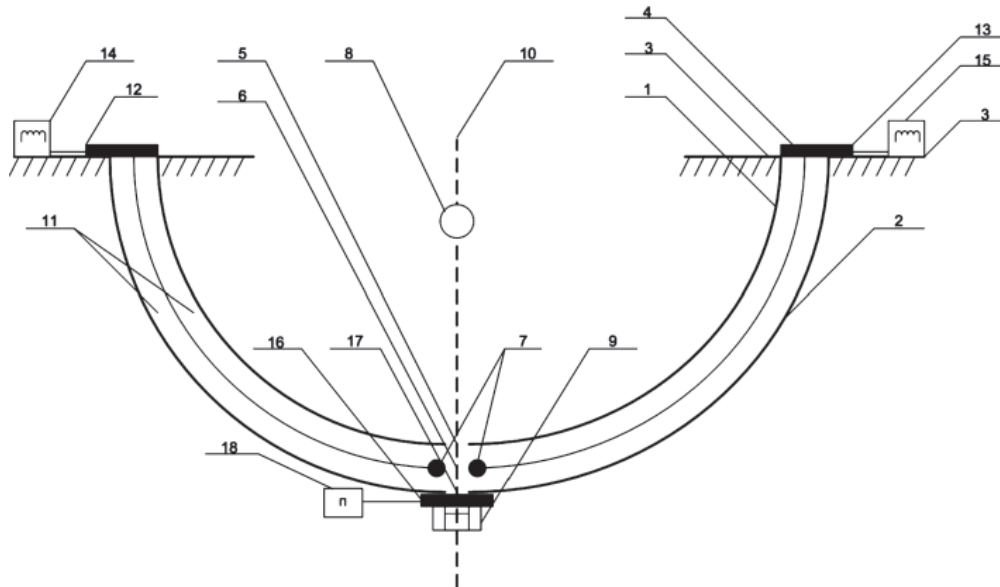


Рис. 3. Схема устройства отслеживания горизонтального положения качающейся платформы с фиксацией промежуточной полусферы:

- 1 – внутренняя полусфера, 2 – внешняя полусфера, 3 – качающаяся платформа, 4 – промежуточная полусфера, 5 – отверстие во внутренней полусфере, 6 – отверстие в промежуточной полусфере, 7 – утяжелитель, 8 – источник света, 9 – фотодиод, 10 – единая ось, направленная к центру земли, 11 – прозрачная смазка, 12 – заслонка промежуточной полусферы, 13 – заслонка промежуточной полусферы, 14 – электромагнит, 15 – электромагнит, 16 – заслонка отверстия внешней полусферы, 17 – отверстие внешней полусферы, 18 – привод управления заслонкой отверстия внешней полусферы

Отличие математической модели последнего устройства от математической модели устройства, изображенного на рис. 1, заключается в начальном условии. Для последнего устройства всегда выполняется условие $\varphi'(0) = 0$. Амплитуда колебаний в начальный момент времени не может быть больше амплитуды вынуждающей силы – амплитуды волны водной поверхности, на которой расположена платформа с артилле-

рийским орудием. Используя пакет MathCad [3], легко найти решения дифференциального уравнения (3) для данного случая.

Пусть постоянными параметрами в дифференциальном уравнении (3) будут $d = 0,4$ м, $R_1 = 0,05$ м, $R_2 = 0,01$ м.

Анализ полученных результатов показывает, что

1) необходимо уменьшение массы утяжелителя и полусферы;



Таблица 2

Решения дифференциального уравнения для устройства отслеживания горизонтального положения качающейся платформы с фиксацией промежуточной полусферы

Начальные условия задачи Коши	$m_{пс}$, кг	$m_{уг}$, кг	ω , рад/с	A , м	T , с	T_2 , с
$\varphi(0) = 0.1, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	7	0,2	0,05	-1,00
$\varphi(0) = 0.2, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	7	0,2	0,05	-0,90
$\varphi(0) = 0.2, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	10	0,2	0,25	-0,25
$\varphi(0) = 0.5, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	10	0,5	0,20	-0,25
$\varphi(0) = 1, \varphi'(0) = 0$	0,1	0,15	10	1,0	0,20	-0,25
$\varphi(0) = 1, \varphi'(0) = 0$	0,05	0,1	10	1,0	0,10	0
$\varphi(0) = 1, \varphi'(0) = 0$	0,05	0,05	10	1,0	-0,03	0

2) внедрение в систему фиксаторов промежуточной полусферы позволяет избавиться от свободных колебаний системы и противофазы собственных колебаний системы и колебаний волны;

3) существует необходимость внедрения задержки открытия заслонки перед фотодиодом снятия фиксации в работе системы.

Список литературы

1. Пенский О.Г., Чечулин В.Л., Шкарапута А.П. Патент РФ на устройство № 2387755 «Устройство для отслеживания вертикального положения ствола строительного артиллерийского орудия, находящегося на качающейся платформе» от 25.02.2009 г.

2. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. – М.: ОНИКС 21 век: Мир и Образование, 2003. – 432 с.

3. URL:http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/1copy/Exponenta_RU/soft/Mathcad/learn/ode/ode.asp.htm.

Рецензенты:

Пенский О.Г., д.т.н., зам. декана механико-математического факультета по научной работе ГОУ ВПО «Пермский государственный университет», г. Пермь;

Тарунин Е.Л., д.ф.-м.н., профессор профессор кафедры прикладной математики и информатики ГОУ ВПО «Пермский государственный университет», г. Пермь.

Работа поступила в редакцию 28.04.2011.