

УДК 622.231

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПИТАТЕЛЯ-ГРОХОТА С НЕЛИНЕЙНЫМ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Суслов Д.Н.

ГОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»,  
Екатеринбург, e-mail: susdmitry@yandex.ru

Рассматривается процесс линейных асимметричных колебаний рабочего органа вибротранспортной машины при нелинейном периодическом силовом воздействии на него. Приводятся экспериментально полученные тяговые характеристики линейных электромагнитных двигателей при различных рабочих зазорах. Период колебаний рабочего органа вибротранспортной машины разбивается на 4 этапа, для каждого из них составляются и обосновываются уравнения движения и их решения. Приведены параметры вибротранспортной машины, на которой проводились эксперименты. Адекватность математической модели процесса подтверждается результатами эксперимента.

**Ключевые слова:** вибротранспортная машина, асимметричные колебания, амплитуда колебаний, нелинейное движущее усилие

## MATHEMATICAL MODEL OF VIBRATION-TRANSPORT MACHINE WITH ASYMMETRIC LINEAR OSCILLATIONS OF ITS WORKING BODY

Suslov D.N.

GOU VPO «Urals State Rock University», Yekaterinburg, e-mail: susdmitry@yandex.ru

The article describes the process of linear asymmetric oscillations of the working body of vibration-transport machine when the driving effort is unlinear and periodical. The experimental results printed here include traction characteristics of linear electromagnetic engines for several working gaps. The period of oscillations of working body of vibration-transport machine is split onto 4 parts and for every part the corresponding differential equations are constructed and proved. The solutions of these equations are also printed here with brief substantiations. The parameters of vibration-transport machine used in experiments are written. The adequacy of the mathematical model of the process is confirmed by the experimental data.

**Keywords:** vibration-transport machine, asymmetric oscillations, amplitude of oscillations, unlinear driving effort

Отличие рабочего процесса резонансных вибротранспортных машин (ВТМ), имеющих в качестве вибровозбудителя линейный электромагнитный двигатель, заключается в том, что последний работает не постоянно. Он включается при ходе рабочего органа (РО) вперед – по ходу транспортирования материала. Это обуславливает неравенство амплитуд колебаний при ходе РО вперед и назад ( $A_0 = A_1$ ).

На кафедре ГПТ УГТУ были разработаны, изготовлены и проведены испытания нескольких образцов линейных электромагнитных двигателей [1, 2], установленных в качестве вибровозбудителей в резонансную ВТМ. Це-

лю данных исследований являлось определение зависимости одного из основных параметров рабочего процесса ВТМ – амплитуды, которая при постоянной частоте колебаний определяет зависимость скорости транспортирования [3–6] и, следовательно, производительности ВТМ от параметров движущего усилия. В результате испытаний установлена зависимость движущего усилия от величины намагничивающей силы и рабочего зазора. На рис. 1 приведена зависимость движущего усилия электромагнитного линейного двигателя от рабочего зазора при различных значениях намагничивающей силы обмотки ( $\theta = IW$ , где  $I$  – ток в обмотке;  $W$  – число витков).

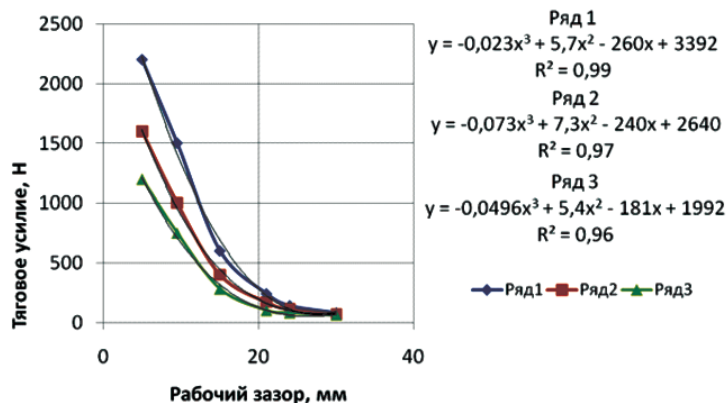


Рис. 1. Зависимость движущего усилия якоря от рабочего зазора:  
ряд 1 –  $\theta = 5400 \text{ А*виток}$ ; ряд 2 –  $\theta = 4700 \text{ А*виток}$ ; 3 –  $\theta = 4100 \text{ А*виток}$

Зависимость тягового усилия от положения рабочего органа ВТМ относительно статического равновесия приведена на рис. 2. Рабочий зазор в положении статического равновесия РО  $\Delta_p = 15$  мм. Статистические уравнения связи текущего рабочего зазора имеют достаточно высокие корреляционные отношения, что свидетельствует об их адекватности, и не противоречат данным других исследований [7–10]. Масса якоря электромагнитного линейного двигателя составляет 4...8% массы РО, поэтому эквивалентная расчетная схема этой ВТМ может без существенной погрешности представлена в виде односвязной одномассовой динамической системы с жесткой заделкой упругого звена.

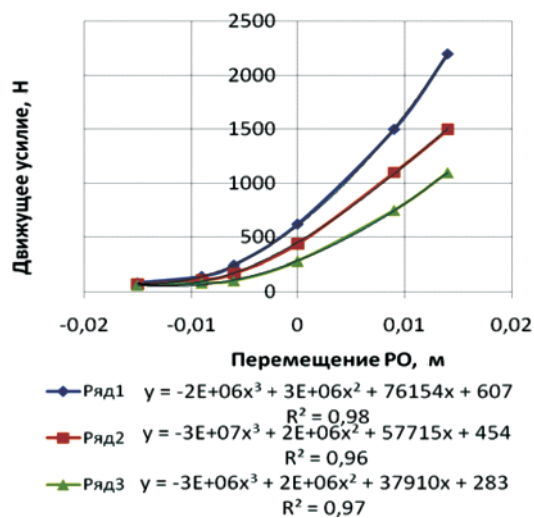


Рис. 2. Зависимость движущего усилия линейного электромагнитного двигателя от положения РО ВТМ:  
 ряд 1 –  $\theta = 5400$  А\*виток;  
 ряд 2 –  $\theta = 4700$  А\*виток; 3 –  $\theta = 4100$  А\*виток

Время работы двигателя за одно колебание меньше одного периода. При приближении рабочего органа к крайнему нижнему

(заднему) положению электромагнитный двигатель включается и выключается при приближении к крайнему верхнему положению. Момент и длительность включения двигателя можно регулировать при помощи соответствующих датчиков. Величина максимального тока в обмотке зависит от напряжения источника питания. Время нарастания тока до максимального значения определяется главным образом индуктивностью и активным сопротивлением обмотки.

Движение РО ВТМ рассматривается на нескольких этапах.

Первый этап – свободные колебания (движение РО от верхнего положения назад). Дифференциальное уравнение движения короба на участке свободных колебаний записывается в виде

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0, \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая частота собственных колебаний РО, рад/с;  $n$  – коэффициент диссипативных потерь, 1/с.

При  $x(0) = x_0$  и  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$  общим решением его является функция

$$x_{св} = e^{-nt} \left( x_0 \cos kt + \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{k} \sin kt \right), \quad (2)$$

где  $k^2 = \omega^2 - n^2$ .

Известно, и нами это экспериментально подтверждено, что на втором этапе – включении линейного двигателя при  $0 \leq t_1 \leq t_{к1}$  движущее усилие изменяется по экспоненциальному закону

$$F_1 = F_0 (1 - e^{-bt_1}). \quad (3)$$

Соответственно, дифференциальное уравнение движения рабочего органа имеет вид

$$\ddot{x}_1 + 2n\dot{x}_1 + \omega^2 x_1 = F_0 (1 - e^{-bt_1}). \quad (4)$$

Общим решением его является уравнение

$$x_1(t_1) = \frac{F_0}{\omega^2} \left( 1 - \frac{\omega^2 e^{-bt_1}}{(B-n)^2 + k^2} \right) + e^{-nt_1} \left[ \left( x_{10} - \frac{F_0}{\omega^2} + \frac{F_0}{(B-n)^2 + k^2} \right) \cos kt_1 + \left( \frac{\dot{x}_{10} + nx_{10}}{k} - \frac{nF_0}{k\omega^2} - \frac{B-n}{k} \cdot \frac{F_0}{(B-n)^2 + k^2} \right) \sin kt_1 \right]. \quad (5)$$

Как показали экспериментальные исследования, коэффициент диссипативных потерь в колебательной системе относительно небольшой и не оказывает существенного влияния на характер движения

РО. На третьем этапе движущее усилие описывается полиномом третьей степени ( $F_3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ ), поэтому дифференциальное уравнение движения рабочего органа имеет вид

$$\dot{x}_1 + \omega^2 x_1 = \mu (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3); \quad 0 \leq t_b \leq t. \quad (6)$$

Обозначив  $x = \varphi_0 + \mu h_1$  и  $p^2 = \omega^2 + \mu h_1$ , получим новое дифференциальное уравнение

$$\ddot{\varphi}_0 + \mu \dot{\varphi}_1 + (p^2 - \mu h_1)(\varphi_0 - \mu \varphi_1) = \mu (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3). \quad (7)$$

Это уравнение может быть представлено как система

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_0 + p\varphi_0 = 0; \\ \ddot{\varphi}_0 + p\varphi_1 = a_0 + \varphi_0 h_1 + a_1 \varphi_0 + a_2 \varphi_0^2 + a_3 \varphi_0^3. \end{cases} \quad (8)$$

При новых начальных условиях:

$$\varphi_0(0) = x_0, \quad \dot{\varphi}_0(0) = 0, \quad \varphi_1(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_1(0) = 0,$$

получаем  $\varphi_0 = x_0 \cos pt$ ;

$$\dot{\varphi}_1 + p^2 \varphi_1 = a_0 + (a_1 + h_1)x_0 \cos pt + a_2 x_0^2 \cos^2 pt + a_3 x_0^3 \cos^3 pt. \quad (9)$$

Проведя соответствующие преобразования уравнения (9), получим:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 + p^2 \varphi_1 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 x_0^2 + \left( x_0 a_1 + x_0 h_1 + \frac{3}{4} a_3 x_0^3 \right) \cos pt + \\ + a_2 x_0^2 \cos 2pt + a_3 x_0^3 \cos 3pt. \end{aligned} \quad (10)$$

Общим решением уравнения (10) является сумма:

$$\varphi_1 = \varphi_{10} + \varphi_{11} + \varphi_{12} + \varphi_{13} + \varphi_{14}, \quad (11)$$

где  $\varphi_{10} = N \cos pt + M \sin pt$ ;  $\varphi_{11} = \frac{1}{p^2} \left( a_0 + \frac{1}{2} a_2 x_0^2 \right)$ ;

$$\varphi_{12} + \varphi_{12} = \frac{t}{2p} \left( x_0 h_1 + x_0 a_1 + \frac{3}{4} a_3 x_0^3 \right) \sin pt; \quad \varphi_{13} = -\frac{1}{6p^2} a_2 x_0^2 \cos 2pt;$$

$$\varphi_{14} = -\frac{1}{32p^2} a_3 x_0^3 \cos 3pt.$$

Таким образом, общее решение дифференциального уравнения имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_1 = N \cos pt + M \sin pt + \frac{1}{p^2} \left( a_0 + \frac{1}{2} a_2 x_0^2 \right) + \frac{t}{2p} \left( h_1 x_0 + x_1 x_0 + \frac{3}{4} a_3 x_0^3 \right) \sin pt - \\ - \frac{1}{6p^2} a_2 x_0^2 \cos 2pt - \frac{1}{32p^2} a_3 x_0^3 \cos 3pt. \end{aligned} \quad (12)$$

Из условия  $\varphi_1(0) = 0$  находятся постоянные интегрирования:

$$N = \frac{1}{p^2} \left( -a_0 + \frac{1}{3} a_2 x_0^2 + \frac{1}{32p^2} a_3 x_0^3 \right); \quad \dot{\varphi}_1(0) = 0, \quad M = 0$$

и общее решение приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} x(t) = \varphi_0 + \mu \varphi_1 = \varphi_0 + \frac{1}{m} \varphi_1; \\ x(t) = x_0 \cos pt + \frac{t}{2pm} \left( x_0 h_1 + x_0 a_1 + \frac{3}{4} a_3 x_0^3 \right) \sin pt + \\ + \frac{1}{p^2 m} \left( -a_0 + \frac{1}{3} a_2 x_0^2 + \frac{1}{32p^2} a_3 x_0^3 \right) \cos pt + \frac{1}{p^2 m} \left( a_0 + \frac{1}{2} a_2 x_0^2 \right) - \\ - \frac{1}{6p^2 m} a_2 x_0^2 \cos 2pt - \frac{1}{32p^2 m} a_3 x_0^3 \cos 3pt. \end{aligned} \quad (13)$$

Так как частота собственных колебаний незначительно отличается от частоты вынужденных, то, пренебрегая в уравнении

$$x(t) = x_0 \cos pt + \frac{t}{2pm} a_2 x_0 \sin pt + \frac{a_0}{p^2 m} (1 - \cos pt). \quad (14)$$

На четвертом этапе движения, когда РО движется к крайнему верхнему положению, двигатель отключен. Рабочий орган совершает свободные колебания, и его максимальная величина переме-

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t_b) = & -x_0 p \sin pt_b + (2mp)^{-1} (h_1 x_0 + a_1 x_0 + 0,75 a_3 x_0^3) \sin pt_b - \\ & - t_b (2m)^{-1} \left( -a_0 - \frac{1}{3} a_2 x_0^2 + \frac{1}{32} a_3 x_0^3 \right) \cos pt_b + \\ & + \frac{1}{32 pm} a_2 x_0^2 \sin pt_b + \frac{3}{32 pm} a_3 x_0^3 \sin pt_b. \end{aligned} \quad (15)$$

Определив скорость и перемещение РО в конце третьего этапа, можно определить начальные условия четвертого этапа.

Длительность четвертого этапа ( $t_4$ ) в первом приближении находится после решения уравнения свободных колебаний из формулы

$$pt_4 = \arctg \left\{ \dot{x}_2(t_b) [p(x_2(t_b) - x_0)]^{-1} \right\}. \quad (16)$$

Таким образом, перемещение РО на четвертом этапе находится из уравнения (в уравнения (16), (17), (18) подставляется абсолютное значение  $x_0$ )

$$x_4(t_4) = (x_2(t_b) - x_0) \cos pt_4 + \dot{x}_2(t_b) \frac{1}{p} \sin pt_4. \quad (17)$$

Таким образом, амплитуда колебаний РО при движении его вперед находится из уравнения

$$A_0 = x_4(t_4) + x_2(t_b) - x_0. \quad (18)$$

Уравнения 15 ... 18 показывают, что амплитуда колебаний рабочего органа зависит от параметров динамической системы (коэффициента жесткости опор и массы РО), параметров тяговой характеристики и времени включения двигателя.

Для проверки адекватности приведенных уравнений были произведены эксперименты по определению амплитуд колебаний рабочего органа при различных значениях резонансных частот и времени включения.

Амплитуда колебаний рабочего органа и ток в обмотке измерялись при помощи цифрового двухканального осциллографа АСК-3106-РО и цифровой камеры. Предварительно, с помощью стандартных приборов и измерительных инструментов производилась их тарировка. В каждой точке опыт дублировался от 3 до 5...7 раз, что

(13) слагаемыми второй степени малости, перемещение РО за время работы двигателя ( $t = t_b$ ) можно определять из формулы

ния зависит от скорости рабочего органа в конце второго этапа  $\dot{x}_2(t_b)$ . Эта скорость находится из уравнения (15) при подстановке в него времени включения двигателя:

позволило получить необходимую точность результатов.

Параметры резонансной ВТМ в данном опыте были следующими: средний ток в обмотке при ходе РО вперед – 18А; масса рабочего органа – 205 кг; резонансная частота – 4,0 Гц, амплитуда движения рабочего органа: вперед –  $A_0 = 15$  мм, назад –  $A_1 = -10$  мм. Двигатель включался тогда, когда рабочий орган находился в 2...3 мм от нижней точки. Ток и, соответственно, момент нарастали до максимума при перемещении РО в точку  $x_2(0) = x_0 = A_1 = -10$  мм. Время включения двигателя (работы на максимальном постоянном токе –  $t_b$ ) составляло 110 мс,  $a_0 = 454$ ,  $a_1 = 57700$ . На рис. 3 приведены траектория движения РО (перемещение в мм) и ток в обмотке двигателя (А). Ноль тока находится на отметке 30 мм.

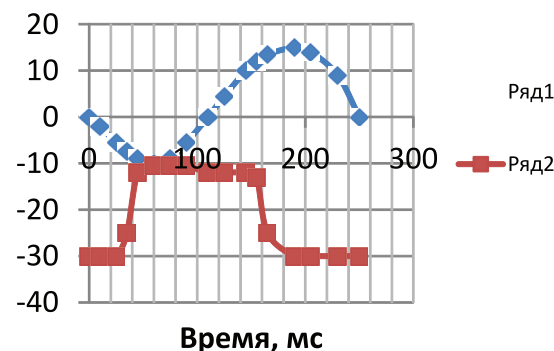


Рис. 3. Траектория движения РО (ряд 1) и ток в обмотке двигателя (ряд 2)

В результате расчетов установлено: перемещение РО в конце второго этапа, отсчитанное от положения статического равновесия, равно:  $x_2(t_b) = 14,9$  мм; ско-

рость  $\dot{x}_2(t_B) = 0,245$  м/с; перемещение РО на третьем этапе  $x_3(t_3) = 10,9$  мм. Таким образом, амплитуда колебаний при движении рабочего органа вперед согласно уравнению (18) оказалась равной:  $A_0 = 15,8$  мм. Относительное расхождение расчетной амплитуды с фактической несущественно (меньше 6%).

### Выводы

Амплитуда колебаний рабочего органа резонансной вибротранспортной машины, определяющая её производительность, существенно зависит от параметров тяговой характеристики линейного двигателя, а также времени и момента его включения и выключения, что позволяет в широких пределах регулировать производительность ВТМ.

### Список литературы

1. Афанасьев А.И., Закаменных А.Ю., Андрущенко Д.Н. Резонансный грохот с линейным электромагнитным двигателем // Известия вузов. Горный журнал. – 2010. – №2. – С. 57–60.
2. Афанасьев А.И. Параметры рабочего процесса магнитно-индукционного импульсного двигателя виброгрохота / А.И. Афанасьев, А.А. Чиркова // Известия вузов. Горный журнал. – 2007. – № 7. – С. 94–98.

3. Потаурев В.Н. Резонансные грохоты. – М.: ЦНИЭИ-уголь, 1963. – 94 с.

4. Спиваковский А.О. Вибрационные конвейеры, питатели и вспомогательные устройства / А.О. Спиваковский, И.Ф. Гончаревич. – М.: Машиностроение, 1972. – 326 с.

5. Гончаревич И.Ф. Теория вибрационной техники и технологии / И.Ф. Гончаревич, К.В. Фролов. – М.: Наука, 1981. – 320 с.

6. Блехман И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе – М.: Наука, 1964. – 410 с.

7. Электромагниты постоянного тока / А.В. Гордон и др. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – 446 с.

8. Импульсный электромагнитный привод / под ред. Н.П. Ряшенцева. – Новосибирск: Наука, 1988. – 163 с.

9. Гансбург Л.Б. Проектирование электромагнитных и магнитных механизмов: справочник / Л.Б. Гансбург, А.И. Федоров. – М.: Машиностроение, 1980. – 364 с.

### Рецензенты:

Кожушко Г.Г., д.т.н., профессор, зав. кафедрой подъемно-транспортных машин и роботов ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург;

Неволин Д.Г., д.т.н., профессор кафедры «Связь» ФГОУ ВПО «Уральский государственный университет путей сообщения», г. Екатеринбург.

Работа поступила в редакцию 23.09.2011.