

УДК 621 (075.8):51.001.57

**ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ПОЛИМЕРА В ОДНОШНЕКОВОМ ЭКСТРУДЕРЕ****Сагиров С.Н.***ГОУ ВПО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», Владимир, e-mail: sim\_vl@nm.ru*

Проведен анализ результатов математического и имитационного моделирования процесса обработки полимера в одношнековом экструдере. Компьютерные модели для исследования процессов движения экструдата основаны на использовании численных методов решения дифференциальных уравнений с частными производными и позволяют рассчитывать поля скоростей и давлений (температур) расплава полимера. Адекватность моделей процесса движения экструдата обоснована идентификацией и верификацией на промышленных установках ПЧ-45, разработанных на основе предложенных структур, аппаратного и программного обеспечения.

**Ключевые слова:** экструдер, полимер, модель, компьютер**ANALYSIS AND MODELING OF POLYMERS MOTION IN SINGLE SCREW EXTRUDER****Sagirov S.N.***SEI HPE «Vladimir State University named after Alexander G. and Nicholas G. Stoletovs», Vladimir, e-mail: sim\_vl@nm.ru*

The analysis of the results of mathematical modeling and simulation of polymer processing in single-screw extruder. Computer models for research of processes of extrudate movement are based on use of numerical methods of the decision of the differential equations with partial derivatives and fields of speeds and pressure (temperatures) fluid polymer allow to expect. Adequacy of the process models of the extrudate movement is proved by identification and verification on industrial extruder WGP-45 developed on the basis of offered structures, hardware and the software.

**Keywords:** extruder, polymer, model, computer

В современной промышленности экструзия широко используется для изготовления различных изделий из полимеров: труб, листов, пленок, профилей, кабелей, оболочек и др. Основная сложность управления технологическим процессом экструзии заключается в его необратимости: система управления не может повлиять на выработанный материал, вышедший из профилирующего элемента. В этих условиях особое значение имеет совершенствование технических средств автоматизации и алгоритмов управления технологическим процессом [3].

В большинстве случаев, качество конечного продукта в экструзии зависит от процессов плавления, течения и смещения полимера [4]. Совершенствование оборудования производится либо с помощью предварительного моделирования, либо с помощью экспериментального оборудования, которое предоставляет возможность визуализации потока. Это требует больших затрат времени и средств. При этом система управления экструзией обычно состоит из разрозненных локальных регуляторов, которые не взаимодействуют друг с другом. Даже при сведении всех параметров в единый модуль, например, промышленный компьютер, функциональная схема системы практически не изменяется [2]. В итоге,

качество продукции достигается в результате экспериментального подбора коэффициентов и заданий регуляторов. В случае с промышленным компьютером изменение данных параметров автоматизируется, но не достигается качественно новый уровень управления.

Из-за того, что температура экструдата измеряется не в шнеке, а в непосредственной близости от него и от нагревателей, значение температуры отличается от действительной температуры в канале. Если идентифицировать отдельно взятый контур регулирования температуры, то объект будет выглядеть как аperiодическое звено первого порядка с запаздыванием, но для формирования управляющего воздействия необходимо учитывать взаимосвязь данного контура управления с другими узлами линии. К параметрам, по которым можно оперативно оценивать состояние технологического процесса, можно отнести давление в зоне экструзии и нагрузку привода шнека, если рассматривать серийные экструдеры.

Цель работы – составление математической и компьютерной моделей процесса преобразования энергии, изменения состояния и движения полимера в экструдере для повышения эффективности управления мехатронным комплексом экструзионного производства.

### Математическое моделирование процессов в экструдере

В результате развития вычислительных средств, в настоящее время имеется возможность не только предварительно промоделировать поток полимера в канале шнека на основе существующих математических моделей (для уточнения геометрических форм канала и параметров оборудования), но и сформировать управляющее воздействие на основе рассчитанных параметров [1]. Для оптимального управления необходимо рассматривать процесс, как систему из многих переменных, взаимодействие которых полностью известно и может быть использовано в системе управления. В общем случае, моделирование экструзионного процесса затруднено многообразием конструктивных оформлений экструдеров и различными свойствами полимеров, но при отладке модели на одном оборудовании, адаптировать результаты работы для иного оборудования будет проще.

Для моделирования процессов в одношнековом экструдере должны учитываться следующие особенности:

- модель должна быть динамической;
- необходимо моделирование фазового перехода экструдата из твердого в жидкое состояние;
- требуется моделирование потока неньютоновской жидкости;
- необходимо учитывать нелинейную зависимость вязкости полимера от температуры.

В работе использовались предположения, сделанные У. Дарнеллом и Э. Молом [1], которые первыми провели всесторонний анализ движения материала в одношнековых экструдерах:

- отдельные твердые частицы ведут себя подобно сплошной среде;
- твердая пробка находится в контакте со всей стенкой канала, то есть поверхностью цилиндра, телом шнека, активной стороной нарезки и пассивной стороной нарезки;
- глубина канала постоянна;
- твердая пробка движется как поршень;
- зазором между выступом нарезки шнека и цилиндром можно пренебречь.

Материал в шнеке перемещается вперед в результате движения поверхности шнека относительно поверхности цилиндра. Скорость движения полимера в твердой фазе в значительной мере определяется силами, действующими на границах твердых поверхностей. При любом движении со скольжением, когда действуют силы трения, происходит выделение тепла. Средняя температура  $T$  нагрева поверхностного слоя

при трении оценивается следующим эмпирическим соотношением:

$$T = \frac{\delta f k_{\sigma} V}{I \left( \lambda_m + 2,6 k_n \rho \frac{\sqrt{\alpha V}}{\lambda_g} \right)}, \quad (1)$$

где  $\delta$  – коэффициент распределения теплоты между трущимися телами;  $f$  – коэффициент трения;  $k_{\sigma}$  – давление контакта;  $V$  – скорость скольжения;  $\rho$  – плотность материала;  $I$  – теплопроводность.

Скорость выделения тепла, обусловленного трением, равна произведению силы трения  $F_f$  на относительную скорость  $Dv$ :

$$\dot{Q} = F_f \Delta v = f F_n \Delta v, \quad (2)$$

где  $F_n$  – нормальная сила;  $f$  – коэффициент трения.

Передача теплоты происходит во всех случаях, когда в теле существует температурный градиент. В данном случае рассмотрим нестационарную задачу. По закону Фурье, который лежит в основе всех расчетов теплопроводности, для изотропных материалов вектор теплового потока  $q$  пропорционален температурному градиенту:

$$q = -k \nabla T, \quad (3)$$

где  $q$  – количество теплоты, проходящей через единичную поверхность, перпендикулярную направлению теплового потока;  $k$  – коэффициент теплопроводности. Полагая в уравнении энергетического баланса  $V = 0$ , получим:

$$\rho C_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = -(\nabla q). \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет собой уравнение теплопроводности для изотропного твердого тела.

Если внутри изотропного тела имеется источник тепла, то уравнение (4) необходимо дополнить членом, учитывающим тепловыделение:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T + \frac{G}{\rho C_v}, \quad (5)$$

где  $a = k / \rho C_p$  – коэффициент температуропроводности;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа в прямоугольной системе координат;  $G$  – интенсивность внутренних тепловыделений, отнесенная к единице объема; замена  $C_v$  на  $C_p$  в уравнении (5) возможна для несжимаемых твердых тел.

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (6)$$

Аналитическая теория нестационарной теплопроводности располагает большим

набором решений одномерных задач, к которым принято сводить все многообразие задач, встречающихся в инженерной практике. В настоящее время получены аналитические решения для теплопроводности в плоской стенке, в цилиндре, в корпусе и в сфере.

Связь между компонентами тензора напряжений  $p_{ij}$  и тензора скоростей деформаций  $\varepsilon_{ij}$  определяется выражением:

$$p_{ij} = \eta_\alpha 2\varepsilon_{ij} \quad (i, j = x, y, z). \quad (7)$$

В качестве реологического уравнения используется обобщенный степенной закон [2]:

$$I_2 = 4 \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + 2 \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2. \quad (9)$$

Уравнение энергетического баланса, составленное для установившегося режима в предпо-

$$\eta_a = \mu_0 e^{-b(T-T_0)} \left( \frac{1}{2} I_2 \right)^{\frac{1-n}{2n}}. \quad (8)$$

ложении, что все теплофизические характеристики не зависят от температуры, имеет вид:

$$\rho c_p \left( v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -k_m \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + p_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + p_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial y} + p_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} + p_{xy} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + p_{xz} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + p_{zy} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right); \quad (10)$$

где  $\rho$  – плотность расплава;  $c_p$  – теплоемкость расплава;  $T$  – температура расплава;  $k_m$  – коэффициент теплопроводности расплава.

Уравнения (1)–(10) положены в основу компьютерной модели движения полимера в канале экструдера.

**Результаты вычислительного эксперимента**

Решение уравнений (1)–(10) проводилось методом конечных элементов и методом сеток. На рис. 1 представлены результаты расчетов векторного поля давлений в канале шнека, рассчитанного методом конечных элементов.

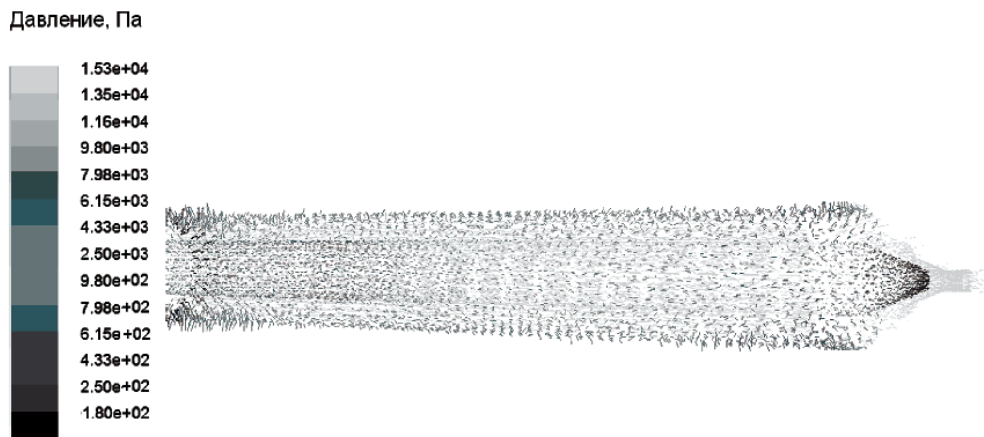


Рис. 1. Векторное поле давления полимера в канале шнека

Параметры полимера: коэффициент теплопроводности  $0,1817 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ; температура плавления полимера  $110^\circ\text{C}$ ; температура экструзии  $149^\circ\text{C}$ ; теплоемкость полимера в расплавленном состоянии  $2596 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ; теплоемкость полимера в твердом состоянии  $2763 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ; плотность расплава полимера  $791 \text{ кг/м}^3$ ; плотность твердого полимера  $915,1 \text{ кг/м}^3$ . Характеристика процесса: массовый расход  $61,7/3600 \text{ кг/с}$ ; диаметр  $0,0635 \text{ м}$ ; глубина канала  $0,009398 \text{ м}$ ;

ширина канала  $0,05416 \text{ м}$ ; угол подъема винтового канала по наружному диаметру червяка  $17,65$ .

Распределение температуры в канале шнека показано на рис. 2 и 3. Расчеты проведены с использованием метода сеток, так как он является наиболее удобным для программирования. Результаты подобных расчетов можно учитывать при формировании управляющего воздействия в системе управления экструдером.

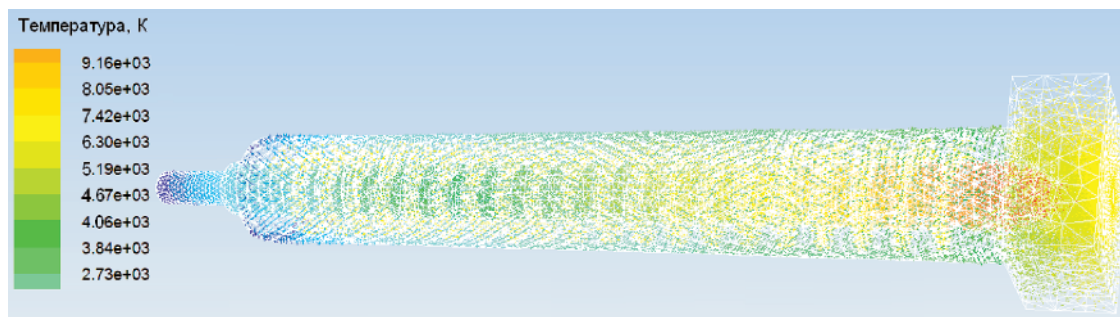


Рис. 2. Распределение температуры в канале шнека

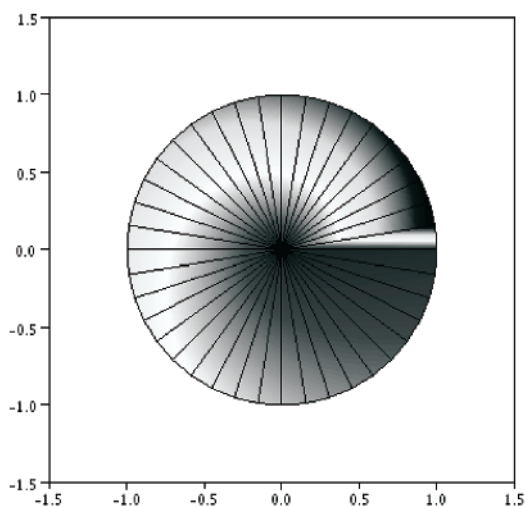


Рис. 3. Результат численного моделирования распределения температуры в канале шнека в разрезе

Основная часть энергии, которая идет на плавление полимера, выделяется в процессе трения. Это очевидно как при сравнении потребления энергии нагревателями и приводом пресса, так и при рассмотрении результата расчета, представленного на рис. 4. Решение дифференциального уравнения, описывающего выделение тепла в результате действия диссипативных сил, выполнено методом сеток.

Приведенные результаты расчетов служат основой для настройки регуляторов температуры таким образом, чтобы состояние экструдата соответствовало желаемому: была необходимая вязкость, температура.

Ввиду инерционности процессов теплораспределения, в период прогрева экструдера измеряемая температура будет отличаться от действительной температуры в зоне на десятки градусов. В процессе производства (в установившемся режиме) разница между измеряемой и действительной температурой будет не более  $2^\circ\text{C}$ .

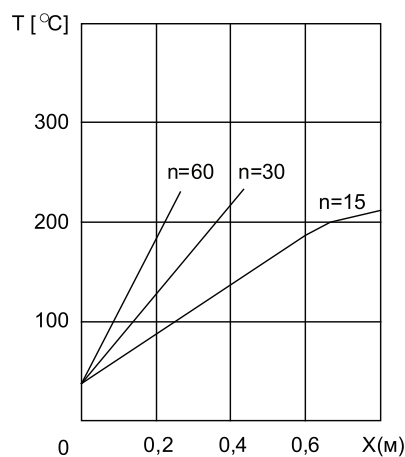


Рис. 4. Результаты расчётов температуры в теплоносителе экструдере при различной частоте шнека ( $n$ , об./мин)

### Выводы

Разработанные компьютерные модели для расчета процессов движения экструдата основаны на использовании численных методов решения дифференциальных уравнений с частными производными и позволяют



с достаточной точностью рассчитать поля скоростей и давлений (температур) расплава полимера.

Адекватность разработанных математических моделей процесса движения экструдата обоснована идентификацией и верификацией на промышленных установках ПЧ-45, разработанных на основе предложенных структур, аппаратного и программного обеспечения.

Таким образом, приведенные математические модели эффективны для идентификации состояния экструзионных процессов, за счет чего достигается качественно новый уровень управления мехатронной системой.

*Статья подготовлена с использованием результатов, полученных при проведении поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, государственный контракт № 16.740.11.0397 от 01.12.2010.*

#### Список литературы

1. Малафеев С.И., Дегтярев К.А. Исследование и моделирование течения вязкой жидкости в винтовом канале экструдера // Материалы VI Международной конференции

по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-06). 26 июня – 1 июля 2006 г., Санкт-Петербург. – М.: Вузовская книга, 2006. – С. 237–239.

2. Малафеев С.И., Сагиров С.Н. Автоматизированная система управления экструзией полимерных материалов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2010. – № 2. – С. 10–12.

3. Раувендааль К. Экструзия полимеров: пер. с англ. – СПб.: Профессия. 2006. – 768 с.

4. Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров (механика полимеров). – М.: Химия, 1977. – 464 с.

#### Рецензенты:

Кульчицкий А.Р., д.т.н., профессор, зам. главного конструктора по испытаниям ООО «Владимирский моторно-тракторный завод» г. Владимир;

Гоц А.Н., д.т.н., профессор кафедры тепловых двигателей и энергетических установок Владимирского государственного университета им. А. Г. и Н. Г. Столетовых Министерства образования и науки, г. Владимир;

Малафеева Э.В., д.м.н., профессор кафедры микробиологии с вирусологией и иммунологией ГОУ ВПО «Ярославская государственная медицинская академия» Министерства здравоохранения и социального развития РФ, г. Ярославль.

Работа поступила в редакцию 19.07.2011.