

УДК: 658.26

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ НАДЕЖНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ РЕГИОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ

Русяк И.Г., Преснухин В.К.

*ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет»,  
Ижевск, e-mail: primat@istu.ru*

Сформулирована математическая модель повышения эффективности региональной распределенной системы теплоснабжения по критерию надежности. Для решения задачи оптимизации управления инвестициями разработан подход, позволяющий свести исходную нелинейную задачу оптимизации к оптимизационной задаче с булевыми переменными, для решения которой использован генетический алгоритм с бинарным кодированием. Проведены параметрические исследования и выявлены резервы повышения надежности региональной системы теплоснабжения Удмуртской Республики. Выявлено, что надежность распределенной системы теплоснабжения районов республики изменяется в пределах от 0,11 до 0,67. Взвешенная надежность распределенной системы теплоснабжения составляет 0,28. Изучено влияние условий финансирования на динамику повышения надежности системы теплоснабжения.

**Ключевые слова:** теплоснабжение; теплоисточник; надежность системы; математическая модель; оптимальное управление; параметры управления; булевы переменные; алгоритм оптимизации

## MATHEMATICAL MODELLING AND OPTIMIZATION OF RELIABILITY OF THE DISTRIBUTED REGIONAL SYSTEM OF THE HEAT SUPPLY

Rusyak I.G., Presnuhin V.K.

*The Izhevsk state technical university, Izhevsk, e-mail: primat@istu.ru*

The mathematical model of increase of efficiency of the regional distributed system of heat supply by criterion of reliability is formulated. To solve the problem of the optimization of the investment management approach was developed, which allows to reduce the original nonlinear optimization problem to an optimization problem with Boole's variables, for its solution is used a genetic algorithm with binary encoding. Parametric research is done and reserves of reliability increase of the regional system of heat supply of the Udmurt Republic is revealed. It was revealed that the reliability of a distributed system of heat supply of districts of the republic changes from 0,11 to 0,67. Weighted reliability of the distributed system of heat supply is 0,28. The influence of financing conditions on the dynamics of the reliability increasing of heat supply systems is studied.

**Keywords:** heat supply; boiler house; reliability of system; mathematical model; optimal control; control parameters; Boole's variables; algorithm of optimization

В последнее время, в связи с износом систем теплоснабжения, большое внимание уделяется повышению энергетической безопасности теплоснабжения населения. Проблема энергетической безопасности должна решаться предупредительными профилактическими мероприятиями с целью исключения аварийных ситуаций на теплоисточниках в отопительный период и связанных с этим больших финансовых и социальных издержек.

*Теплоисточник* (отопительная котельная) – это замкнутая техническая система, снабжающая подогретой водой жилые помещения, здания и сооружения.

Из всего оборудования, участвующего в процессе работы котельной, наибольший интерес с точки зрения определения надежности представляет технически сложное и наиболее распространенное оборудование. К нему относятся котлы, сетевые, подпиточные и циркуляционные насосы, теплообменники, система химической водоочистки (ХВО).

*Надежность* – свойство объекта (теплоисточника) выполнять требуемые функции (по выработке энергии) в заданном объеме

при определенных условиях функционирования [5, 6, 10].

При расчете надежности системы теплоснабжения учитывается способ нагрева воды в сети котельных: котельные с независимой системой циркуляции, в которых вода из сети нагревается в теплообменнике (бойлере) и зависимой системой циркуляции воды, где нагрев производится непосредственно в котле [2, 7].

Для определения надежности технической системы необходимо знать надежность каждого элемента этой системы. При решении данной задачи будем применять математические методы, описанные в [7–9].

Функцию надежности  $P(t)$  элемента определим из экспоненциального закона:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}, \quad (1)$$

где  $\lambda(t)$  называется опасностью отказа или частотой отказа элемента в момент времени  $t$ .

Среднее время жизни (период эксплуатации) ( $\tau_3$ ) элемента для случая  $\lambda(t) = \text{const}$ :

$$\tau_3 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (2)$$

Обозначим через  $L$  количество различных видов оборудования, соединенных последовательно, а  $K_l$  – количество оборудования вида  $l = 1, L$ , соединенных параллельно. При смешанном соединении можно записать:

$$P = \prod_{l=1}^L \left\{ 1 - \left[ \prod_{k=1}^{K_l} (1 - p_{kl}) \right] \right\}. \quad (3)$$

В общем случае получаем следующую формулу для расчета надежности работы котельной:

$$P_{ij} = \prod_{l=1}^{L_{ij}} \left\{ 1 - \left[ \prod_{k=1}^{K_{ijl}} (1 - p_{ijkl}) \right] \right\}, \quad (4)$$

где  $p_{ijkl}$  – надежность  $k$ -го оборудования ( $k = 1, K_{ijl}$ ) вида  $l$  ( $l = 1, L_{ij}$ )  $j$ -й котельной  $i$ -го района;  $P_{ij}$  – надежность работы  $j$ -й котельной  $i$ -го района.

Надежность распределенной системы теплоснабжения  $i$ -го района определится по формуле:

$$P_i = \sum_{j=1}^{N_i} g_{ij} P_{ij}; \quad g_{ij} = \frac{h_{ij}}{H_i}, \quad (5)$$

где  $h_{ij}$  – мощность  $j$ -й котельной  $i$ -го района;  $H_i$  – суммарная мощность котельных  $i$ -го района;  $N_i$  – количество котельных в  $i$ -м районе.

Надежность республиканской системы теплоснабжения, состоящей из  $M$  районов, определится по формуле:

$$P = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} g_{ij} P_{ij}. \quad (6)$$

$$p_{ijkl}^{t+1} = (p_{ijkl}^t - \mu_l p_{ijkl}^t) \cdot [1 - u_{ijkl}(t)] \cdot [1 + u_{ijkl}(t)] - p_n \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [1 - u_{ijkl}(t)]}{2} + (p_p^r)_{ijkl} \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [1 + u_{ijkl}(t)]}{2}, \quad (7)$$

$t = 0, 1, 2, \dots, T,$

где  $\mu_l$  – коэффициент амортизации оборудования вида  $l$ ; функция управления принимает вид:

$$u_{ijkl}(t) = \begin{cases} -1, & \text{замена;} \\ 0, & \text{без изменений;} \\ 1, & \text{ремонт.} \end{cases}$$

Функция управления  $u_{ijkl}(t)$  определяет выбор объектов финансирования на будущий год.

Определим надежность  $j$ -й котельной  $i$ -го района следующим образом:  $P_{ij} = A \bar{p}_{ij}$ ,

Задачу оптимального управления инвестициями рассматривали при следующих допущениях:

1) надежность системы определяется надежностью основного оборудования котельных;

2) надежность отдельной котельной рассчитывается по типовой схеме и не учитывает возможные отклонения от нее, связанные с местными условиями;

3) финансовые средства используются только для замены и ремонта оборудования;

4) после замены оборудования его надежность становится равной  $p_n$ , а после  $r$ -го капитального ремонта  $p_p^r = \alpha^r p_n$ , где  $0 < \alpha \leq 1$ ;  $r$  – номер капитального ремонта данного оборудования,  $r = \overline{1, R_i}$ ;  $R_i$  – количество плановых ремонтов оборудования вида  $l$ ;

5) Плановый ремонт оборудования каждого вида производится через промежутки времени  $\Delta t_{rl}$ , величина которых уменьшается на коэффициент  $\beta$  ( $0 < \beta \leq 1$ ) после каждого капитального ремонта.

Период эксплуатации оборудования вида  $l$  в таком случае можно представить как:

$$\tau_{sl} = \sum_{r=1}^{R_l+1} \Delta t_{rl} = \Delta t_{l1} \cdot \sum_{r=0}^{R_l} \beta^r,$$

где  $\Delta t_{l1}$  – период работы оборудования вида  $l$  до первого планового ремонта.

Для изменения надежности в дискретном времени получена формула:

где  $A$  – оператор, позволяющий рассчитывать надежность котельной, зная надежность оборудования данной котельной,

$\bar{p}_{ij} = \{p_{ijkl}\}$  – вектор надежностей элементов котельной.

Сформулируем задачу оптимизации. Пусть каждый год на восстановление системы теплоснабжения республики выделяются денежные средства в размере  $C^t$ . Необходимо максимизировать надежность системы теплоснабжения на конец планового периода  $T$ .

Постановка задачи имеет вид:

$$\begin{aligned}
 P^T &\rightarrow \max; \quad P = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} g_{ij} P_{ij}; \quad P_{ij} = A\bar{p}_{ij}; \\
 P_{ijkl}^{t+1} &= (P_{ijkl}^t - \mu_l P_{ijkl}^t) \cdot [1 - u_{ijkl}(t)] \cdot [1 + u_{ijkl}(t)] - \\
 &- p_n \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [1 - u_{ijkl}(t)]}{2} + (P_p^r)_{ijkl} \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [1 + u_{ijkl}(t)]}{2}; \\
 \sum_{i,j,k,l} \left\{ c_l^3 \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [u_{ijkl}(t) - 1]}{2} + c_l^p \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [u_{ijkl}(t) + 1]}{2} \right\} &\leq C^t.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь  $P^T$  – надежность распределенной системы теплоснабжения в конце планового периода;  $c_l^3, c_l^p$  – стоимость замены и ремонта соответствующего вида оборудования.

Задачу (8) будем решать при следующих допущениях:

1) начальные значения надежности  $p_n$  для всех видов оборудования считаются одинаковыми и конечные значения надежности  $p_k$  для всех видов оборудования считаются одинаковыми;

2) после снижения надежности элементов системы ниже уровня  $p_k$  происходит обязательная их замена, начиная с наименее надежного элемента;

3) стоимость ремонта оборудования не зависит от межремонтных интервалов.

Согласно принятым допущениям, возможность выбора управления наступает лишь тогда, когда надежность элемента  $P_{ijkl}^{t+1} \geq p_k$ . Таким образом, если отбросить элементы системы, для которых управление определено однозначно, задача упрощается:

$$\begin{aligned}
 P^T &\rightarrow \max; \quad P = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} g_{ij} P_{ij}; \quad P_{ij} = A\bar{p}_{ij}; \\
 P_{ijkl}^{t+1} &= (P_{ijkl}^t - \mu_l P_{ijkl}^t) \cdot [1 - u_{ijkl}(t)] + (P_p^r)_{ijkl} u_{ijkl}(t); \quad \sum_{i,j,k,l} c_l^p \cdot u_{ijkl}(t) \leq C^t - C_3^t.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь функция управления принимает вид:

$$u_{ijkl}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 < t+1 - (t_p^r)_{ijkl} \leq \Delta t_{r+1,l}, \\ 1, & \text{если } t+1 - (t_p^r)_{ijkl} > \Delta t_{r+1,l}. \end{cases}$$

При этом

$$C_3^t = \sum_{i,j,k,l} c_l^3 \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [u_{ijkl}(t) - 1]}{2} \leq C^t,$$

где

$u_{ijkl}(t) = -1 \forall \{i, j, k, l : p_{ijkl} < p_k \wedge C_3^t \leq C^t\}$ ;  
 $\bar{t}_p^r = \left\{ (t_p^r)_{ijkl} \right\}$  – вектор сроков последнего ремонта соответствующих элементов оборудования.

Преобразуем критерий оптимизации, предположив, что конечный максимум надежности определяется ежегодным максимумом. Кроме того, в задаче оптимизации исключим из рассмотрения элементы  $(ijkl)$ , для которых срок планового ремонта еще не наступил, т.е.  $t+1 - (t_p^r)_{ijkl} \leq \Delta t_{r+1,l}$ . Окончательно будем иметь:

$$\begin{aligned}
 P^{t+1} &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} g_{ij} P_{ij}^{t+1} \rightarrow \max; \quad P_{ij}^{t+1} = A\bar{p}_{ij}^{t+1}; \quad \sum_{i,j,k,l} c_l^p v_{ijkl}(t) \leq C^t - C_3^t; \\
 P_{ijkl}^{t+1} &= (P_p^r)_{ijkl} v_{ijkl}(t); \quad P_{ijkl}^{t+1} = p_n, \quad \text{если } P_{ijkl}^{t+1} < p_k; \\
 P_{ijkl}^{t+1} &= (P_{ijkl}^t - \mu_l P_{ijkl}^t), \quad \text{если } t+1 - (t_p^r)_{ijkl} \leq \Delta t_{r+1,l}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

В данном случае параметры управления принимают булевый вид:

$$v_{ijkl}(t) = \{0, 1\}.$$

Разработанный алгоритм решения задачи оптимального управления инвестициями с целью повышения надежности системы теплоснабжения на основе постановки (10) состоит из следующих процедур:

- 1) ввод параметров модели и начальных значений;
- 2) замена изношенного оборудования;
- 3) выявление оборудования, не нуждающегося в ремонте;
- 4) ремонт оборудования;
- 5) определение естественного снижения надежности оборудования, не подвергнутого ремонту или замене;
- 6) если  $t = T$ , то осуществляется переход на шаг 7, иначе  $t = t + 1$  и переход на шаг 2;
- 7) вывод результатов.

Рассмотрим подробнее шаги 2, 3 и 4. Процедура «замена изношенного оборудования» включает в себя поиск оборудования, для которого выполняется условие  $P_{ijkl}^t < P_k$ . Оно нуждается в обязательной замене. Если

$$C_3^t = \sum_{i,j,k,l} c_l^3 \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [u_{ijkl}(t) - 1]}{2} \leq C^t,$$

то все выработавшее свой ресурс оборудование, для которого  $u_{ijkl}(t) = -1$ , заменяется. В противном случае предполагается, что заменяется наименее надежное оборудование из числа того, на которое хватает денежных средств. Происходит переход на следующий шаг, при этом оборудование, подвергнувшееся замене, исключается из массива переменных в задаче управления.

Процедура «выявление оборудования, не нуждающегося в ремонте», заключается в выявлении элементов оборудования, для которых в следующем году еще не наступит срок капитального ремонта, т.е.

$$t + 1 - (t_p^r)_{ijkl} \leq \Delta t_{r+1,l} = \Delta t_{l,r},$$

а также оборудования, которое проходило процедуру ремонта установленное число раз и следующий ремонт нецелесообразен. Для этих элементов полагается  $u_{ijkl}(t) = 0$ , и они также исключаются из массива переменных, для которого решается задача управления.

Процедура «ремонт оборудования» запускается в случае, если оставшиеся после замены средства превышают некоторую заданную сумму или стоимость ремонта самой дешевой единицы оборудования:

$$C^t - C_3^t \geq C_{\min}.$$

Если

$$C_p^t = \sum_{i,j,k,l} c_l^p \frac{u_{ijkl}(t) \cdot [u_{ijkl}(t) + 1]}{2} \leq C^t - C_3^t,$$

то все выбранное для ремонта оборудование ремонтируется. Иначе для ремонта выбирается то оборудование, вклад которого в общую функцию надежности наибольший.

Задача оптимизации решалась с использованием генетического алгоритма с бинарным кодированием [4, 8].

Для решения задачи был разработан программно-вычислительный комплекс, входящий в состав информационно-аналитической системы (ИАС) «Теплоснабжение Удмуртской Республики». Структура ИАС представлена на рис. 1.



Рис. 1. Структура ИАС «Теплоснабжение Удмуртской Республики»

Ядром ИАС является база данных теплоисточников региона. Графический интерфейс позволяет пользователю осуществлять визуальный анализ информации.

Визуальную часть ИАС можно разбить на два блока.

1. Геоинформационная система Удмуртской Республики (УР), позволяющая просматривать местоположение населенных пунктов на карте районов республики, и информацию о теплоисточниках, расположенных в них.

2. Аналитический блок, позволяющий осуществлять анализ данных, содержащихся в базе, и визуализировать результаты расчетов.

По полученным данным о теплоисточниках УР, был выполнен анализ состояния объектов по следующим характеристикам:

- количество теплоисточников в разрезе районов и в целом по УР;
- структура топливного баланса ( $m \text{ у.т./год}$ ) в разрезе районов и в целом по УР по видам топлива (газ, уголь, дрова, мазут, нефть, торф, электричество);

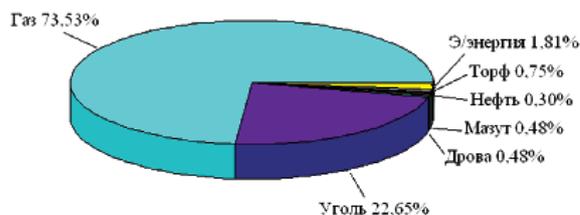


Рис. 2. Распределение количества котельных по видам потребляемого топлива

На основе формул (1)–(7) был проведен расчет надежности различных видов оборудования теплоисточников, а также распределенной системы теплоснабжения районов УР и республики в целом.

Средние значения надежности различных типов оборудования незначительно различаются между собой. Так, для котлов эта величина составляет 0,50; для сетевых насосов – 0,46; для подпиточных насосов – 0,45; циркуляционных насосов – 0,53; теплообменников – 0,55; систем ХВО – 0,54.

На диаграмме (см. рис.4) представлено сравнение средневзвешенных значений надежности распределенных систем теплоснабжения районов УР. Наибольший показатель имеет система теплоснабжения Камбарского района (0,63), наименьшие показатели в Кизнерском районе (0,10). Также следует выделить низкие показатели в Алнашском, Базинском, Завьяловском, Сарапульском и Увинском районах (0,14–0,16). В остальных районах средневзвешенные значения надежности систем теплоснабжения более ровные и изменяются в пределах от 0,20 до 0,52.

• удельные годовые расходы топлива ( $m \text{ у.т./год/чел.}$ ) в разрезе районов и в целом по УР;

• плотность тепловой мощности ( $ккал/ч/чел.$ ) в разрезе районов и в целом по УР.

Анализ данных позволяет сделать некоторые выводы о состоянии топливно-энергетического комплекса УР.

В 2008–2009 гг. в районах УР отпуск тепловой энергии осуществляли 1 102 теплоисточника. На рис. 2 представлено распределение количества котельных в зависимости от вида потребляемого топлива. Подавляющее количество теплоисточников (73,53%) работает на газе, значительное число котельных работает на угле – 22,65%, на электроэнергии работает 1,81% теплоисточников, остальные котельные – на других видах топлива (дрова, мазут, нефть, торф), доля в потреблении которых не так велика (менее 1%).

На рис. 3 представлено распределение теплоисточников по их мощности. Видно, что в УР преобладают теплоисточники с установленной мощностью менее 1 Гкал/ч (69,34%).

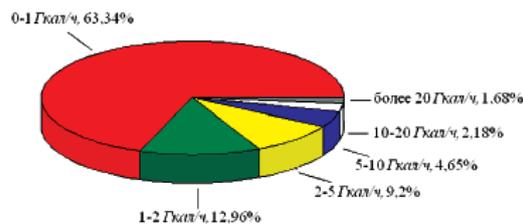


Рис. 3. Распределение количества котельных по установленной мощности

Средневзвешенное значение надежности по республике составляет 0,28.

Рассмотрим влияние способов финансирования на изменение надежности системы теплоснабжения УР. Решение задачи проводилось в условиях неограниченного финансирования, а также в случае, когда ежегодное финансирование устанавливается равным среднему значению по результатам решения в предыдущем случае.

При недостатке денежных средств, когда их количества хватает на ежегодную замену и ремонт оборудования, надежность региональной системы теплоснабжения меняется в соответствии с графиками, представленными на рис. 5. Параллельно здесь же приведены ежегодные затраты на полную реконструкцию котельных.

На рис. 6 приведены результаты расчетов в случае ежегодного финансирования реконструкции котельных в объеме, не более чем среднегодовое значение, полученное при решении задачи в условиях неограниченного финансирования.

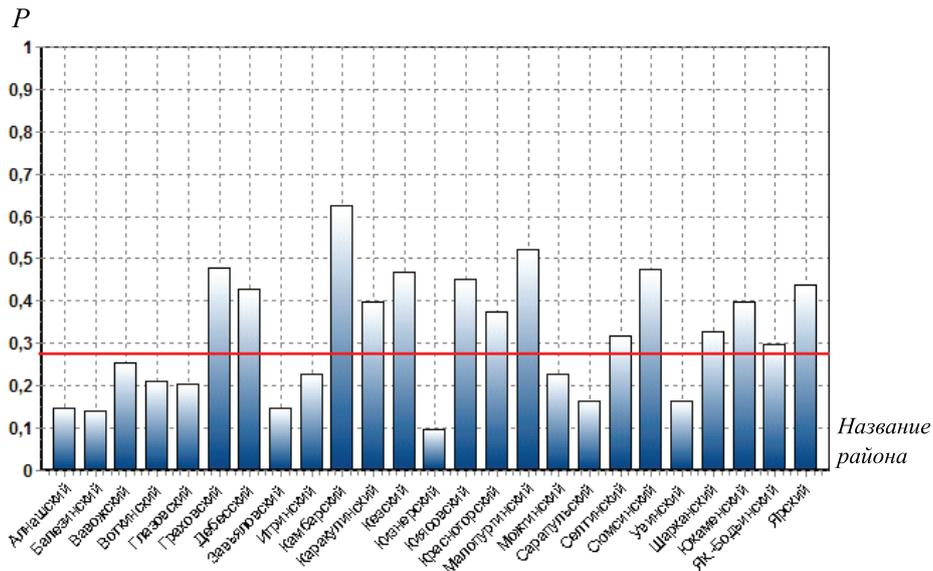


Рис. 4. Надежность распределенной системы теплоснабжения УР

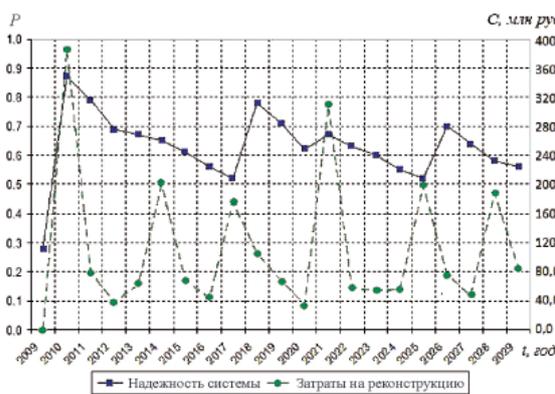


Рис. 5. Надежность системы теплоснабжения УР при неограниченном финансировании

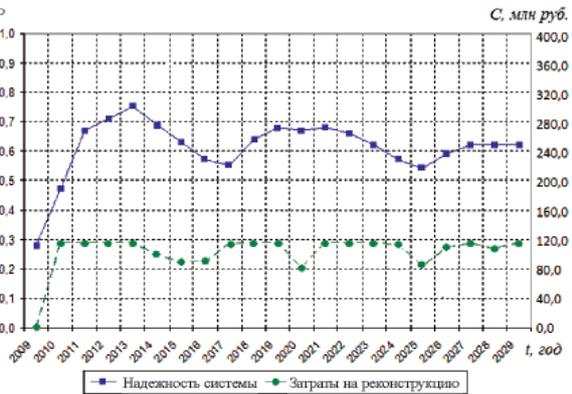


Рис. 6. Надежность системы теплоснабжения УР при финансировании не более 116 млн руб./год

Сравнение результатов в том и другом случае показывает, что система теплоснабжения достаточно быстро (через 2–4 года) выходит на максимальный уровень надежности, независимо от способа финансирования. При этом при равномерном финансировании расходуется, в целом, меньше средств, чем при неограниченном финансировании.

Таким образом, по результатам работы можно сделать следующее **заключение**:

1. Разработан программно-вычислительный комплекс, направленный на решение задач оптимизации распределения инвестиций в реконструкцию котельного оборудования теплоисточников Удмуртской Республики, включающий:

- базу данных теплоисточников и геоинформационную систему;
- модуль первичного анализа данных и расчета надежности котельных.

Программно-вычислительный комплекс позволяет рассчитывать оптимальные планы реконструкции теплоисточников соответствующих районов и республики в целом при любой стратегии финансирования.

2. Разработана методика расчета надежности распределенной системы теплоснабжения.

3. Разработана математическая модель для оптимального управления инвестициями по критерию надежности распределенной системы теплоснабжения.

4. Разработан подход, позволяющий свести исходную нелинейную задачу оптимизации к оптимизационной задаче с булевыми переменными, для решения которой использован генетический алгоритм с бинарным кодированием.

5. Надежность распределенной системы теплоснабжения районов УР изменяется в пределах от 0,10 до 0,63. Взвешенная на-

дежность распределенной системы теплоснабжения УР составляет 0,28.

6. Изучено влияние условий финансирования на динамику повышения надежности системы теплоснабжения. В частности, получены следующие результаты:

– изменение надежности системы имеет циклический характер с периодом колебаний ~7–10 лет;

– период и амплитуда колебаний зависят от условий финансирования;

– равномерное финансирование реконструкции котельных по сравнению с неограниченным финансированием позволяет экономить финансовые ресурсы на 6–7% при достижении тех же уровней надежности распределенной системы теплоснабжения.

*Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы по направлениям «Новые и возобновляемые источники энергии» и «Производства топлив и энергии из органического сырья».*

#### Список литературы

1. Гнеденко В.Б., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
2. Гусев Ю.Л., Копьев С.Ф. Котельные установки и тепловые сети. – М.: Госстройиздат, 1962. – 312 с.
3. Колмогоров А.Н., Хинчин А.Я. Теория массового обслуживания. – М.: Наука, 1972. – 250 с.
4. Курейчик В.М. Генетические алгоритмы // Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы. – 200. – № 1. – С. 18–22.
5. Ноздренко Г.В., Зыков В.В. Надежность теплооборудования ТЭС. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1996. – 72 с.
6. Попырин Л.С. Надежность источников тепла и их объединений // Теплоэнергетика. – 1993, № 12. – С. 8–11.
7. Преснухин В.К., Семакин И.В., Сайранов А.С. Методика расчета надежности региональной распределенной системы теплоснабжения // Вестник ИжГТ. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ. – 2009. – № 4. – С. 169–172.
8. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньская, Л. Рутковский; пер. с польск. И.Д. Рудинского. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 452 с.
9. Ушаков А.П. Надежность технических систем. – М.: Радио и связь, 1985 – 297 с.
10. Черкасов Г.Н. К количественной оценке надежности отопительно-производственных котельных // Изв. вузов. Энергетика. – 1987. – № 3. – С. 43–48.

#### Рецензенты:

Вахрушев А.В., д.ф.-м.н., профессор, зав. отделом Института прикладной механики УрО РАН, г. Ижевск;

Касаткин В.В., д.т.н., профессор, зав. кафедрой ФГБОУ ВПО Ижевской ГСХА, г. Ижевск.

Работа поступила в редакцию 19.08.2011.