

УДК 621.039.5

ИНТЕРВАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ УНИКАЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

¹Антонов А.В., ²Маловик К.Н., ¹Чумаков И.А.

¹Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ, Обнинск;

²Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности, Севастополь, e-mail: antonov@iate.obninsk.ru

Описана методика непараметрического оценивания показателей надежности уникального высоконадежного оборудования. Отмечено, что в условиях малых выборок статистических данных об отказах необходимо производить интервальное оценивание характеристик надежности. Приведены формулы для определения доверительных интервалов характеристик надежности. Для таких характеристик, как среднее прямое и обратное остаточное время, разработана бутстреп процедура определения доверительных интервалов с заданной доверительной вероятностью. Проведены расчеты характеристик надежности на примере реальных данных, полученных из опыта эксплуатации.

Ключевые слова: безопасность, надежность, плотность распределения, вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, среднее прямое остаточное время, среднее обратное остаточное время, оценка характеристик надежности, интервальное оценивание

INTERVAL ESTIMATION OF THE RELIABILITY CHARACTERISTICS FOR UNIQUE EQUIPMENT

¹Antonov A.V., ²Malovik K.N., ¹Chumakov I.A.

¹Obninsk institute for nuclear power engineering NRNU MIPhI, Obninsk;

²Sevastopol national university for nuclear energy and industry, Sevastopol, e-mail: antonov@iate.obninsk.ru

One nonparametric reliability estimation method for unique high-reliability equipment has been described. Under conditions of small amount of statistic failure data, it is necessary to execute the interval estimation of reliability. Formulas for determining confidence intervals of reliability factors have been given. The bootstrap-procedure for determining confidence intervals with given confidence probability has been developed for both direct and inversed mean residual life. Calculations of reliability factors have been performed based on real maintenance data.

Keywords: safety, reliability, probability density function, reliability function, failure rate, mean residual life, estimation of reliability factors, interval estimation

На современном этапе развития энергетики возникает необходимость в решении задач, направленных на повышение безопасности, надежности и эффективности функционирования энергоблоков (ЭБ). В последние десятилетия развивается аппарат математической и статистической теории надежности, помогающий в решении подобных задач. Разрабатываются математические модели, описывающие поведение систем во времени. Они дают возможность проводить анализ функционирования систем на разных временных интервалах. Одной из важных задач, стоящих перед эксплуатирующими органами, является задача оценки показателей работоспособности на завершающем этапе функционирования ЭБ, а также прогнозирование их срока службы.

Оценку показателей надежности объектов осуществляют на основании информации, полученной в процессе специальным образом организованных испытаний. Наиболее объективной информацией для определения характеристик надежности элементов является эксплуатационная информация, потому что она отражает специфику функционирования объектов, ком-

плекс воздействующих факторов и другие особенности эксплуатации.

Применяемые традиционно параметрические методы анализа статистической информации в последнее время подвергаются критике специалистов по математической статистике. Дело в том, что использование параметрических методов требует предположений о виде закона распределения наблюдаемых случайных величин. Как правило, нельзя указать каких-либо веских причин, по которым конкретное распределение результатов наблюдений должно входить в то или иное параметрическое семейство. В настоящее время для решения задач анализа статистической информации развиваются непараметрические методы, в частности, методы ядерного оценивания.

Непараметрические оценки характеристик надежности

Ядерные оценки впервые были введены в работах Парзена [6] и Розенблатта [7]. Приведем формулу для построения ядерной оценки плотности распределения непрерывной случайной величины. Пусть в результате наблюдения за объектом иссле-

дования получена выборка наработок до отказа $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$.

Ядерную оценку плотности распределения (ПР) определяют следующим образом:

$$f_n(t) = \frac{1}{n\sigma} \sum_{i=1}^n V\left(\frac{t-\xi_i}{\sigma}\right) = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left[-\left(\frac{t-\xi_i}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right], \quad (1)$$

где $V(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ – гауссовское ядро;

n – объем выборки; σ – параметр локальности (ширина окна ядерной оценки, управляемый параметр). В работах [1, 2, 3] получены формулы и проведены исследования ядерной оценки плотности распределения для различных схем формирования исходной информации (при наличии полных наработок до отказа и различного рода цензурированной информации). Метод расчета оптимального значения параметра локальности описан в работе [1].

Обратим внимание на одну особенность решения задач по определению характеристик надежности. Наблюдаемой случайной величиной в рассматриваемой задаче является время (наработка до отказа). Область определения данного параметра $[0, \infty)$. Следовательно, априори известно, что обрабатываемые случайные величины относятся к классу неотрицательных величин. Для положительно определенных случайных

величин в качестве ядра предложено использовать гауссовское ядро с зеркальным отражением [4]:

$$\hat{f}(t, \sigma) = \frac{1}{n\sigma} \sum_{i=1}^n \left[V\left(\frac{t-\xi_i}{\sigma}\right) + V\left(\frac{t+\xi_i}{\sigma}\right) \right]. \quad (2)$$

Таким образом, изложена процедура получения плотности распределения наблюдаемой случайной величины наработки до отказа. Определив данную характеристику, можно переходить к оценке других показателей надежности. Отметим основные из них.

Вероятность безотказной работы (ВБР) – это вероятность того, что в пределах заданной наработки t отказ объекта не возникнет, то есть случайное время наработки до отказа ξ окажется не меньше t :

$$P(t) = P(\xi \geq t) = \bar{Q}(t), \quad t \geq 0.$$

Если известна плотность распределения наработки до отказа, можно рассчитать функцию распределения, численно проинтегрировав плотность:

$$\begin{aligned} \hat{F}(t, \sigma) &= \int_0^x f(u, \sigma) du = \frac{1}{n\sigma} \sum_{i=1}^n \left[\int_0^x V\left(\frac{u-\xi_i}{\sigma}\right) du + \int_0^x V\left(\frac{u+\xi_i}{\sigma}\right) du \right] = \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\Phi\left(\frac{t-\xi_i}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{t+\xi_i}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\xi_i}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{\xi_i}{\sigma}\right) \right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\Phi\left(\frac{t-\xi_i}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{t+\xi_i}{\sigma}\right) \right] - 1, \end{aligned}$$

где $\Phi(u)$ – интеграл ошибок.

Далее, ВБР рассчитывается, как:

$$P(t) = 1 - F(t).$$

Интенсивность отказов (ИО) – это отношение условной вероятности того, что случайная наработка до отказа будет принимать значения из полуинтервала $[t; t + \Delta t)$ бесконечно малой длины Δt при условии, что отказа до момента времени t не было, к длине этого полуинтервала Δt . Другими словами, ИО – это отношение ПР наработки до отказа к ВБР:

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq \xi < t + \Delta t / t \leq \xi)}{\Delta t} = \\ &= \frac{f(t)}{1 - Q(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}. \end{aligned}$$

Интенсивность отказов часто называют λ -характеристикой, она показывает, какая часть объектов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих объектов.

Среднее прямое и обратное остаточное время

Среднее прямое остаточное время – это математическое ожидание оставшегося времени работы системы до очередного отказа, начиная с момента времени t , в который система была работоспособна.

Среднее обратное остаточное время – это математическое ожидание времени работы системы от начала эксплуатации или ее возобновления после последнего восстановления до момента времени t , в который система работоспособна. Данные характеристики рассчитываются только для восстанавливаемых элементов.

Определим процессы $\{V_t, t \geq 0\}$ и $\{R_t, t \geq 0\}$, называемые соответственно процессами прямого и обратного остаточного времени:

$$V_t = \tau_{N(t)+1} - t; \quad (3)$$

$$R_t = t - \tau_{N(t)}, \quad (4)$$

где (3) есть *прямое остаточное время*, или возраст, а (4) *обратное остаточное время*, или остаточная наработка работающей системы к моменту времени t , τ_i момент i -го отказа. На рис. 1 изображен процесс функ-

ционирования восстанавливаемого объекта. На рис. 1 τ_i – моменты отказов (восстановлений), ξ_i – наработки между отказами, V_t – прямое остаточное время, R_t – обратное остаточное время.

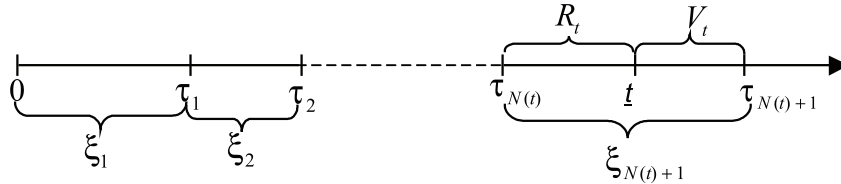


Рис. 1. Процесс функционирования восстанавливаемого объекта

При этом $\{R_i\}$ и $\{V_i\}$ являются однородными марковскими процессами с множеством состояний на оси времени $[0, \infty)$.

В случае однородного потока выражения для определения среднего прямого и обратного остаточного времен представляют собой уравнения Вольтера 2-го рода [5].

$$V(t) = \int_t^\infty P(x)dx + \int_0^t V(\tau) f_\xi(t - \tau) d\tau;$$

$$R(t) = tP(t) + \int_0^t R(\tau) f_\xi(t - \tau) d\tau.$$

Для практики более важной характеристикой является прямое остаточное время, так как оно показывает среднюю наработку изделия от некоторого текущего момента времени t до очередного отказа.

Таким образом, рассмотрены основные характеристики надежности, интересующие исследователя на этапе анализа опыта эксплуатации установок. Отметим, что при изучении опыта эксплуатации современного оборудования приходится сталкиваться с определенными особенностями. В частности, необходимо иметь в виду, что современное оборудование относится к классу высоконадежного оборудования. Его отказы события редкие. Ввиду этого приходится иметь дело со статистическими данными малого объема. Кроме того, наблюдаемые данные помимо полных наработок (наблюдения завершившиеся отказом) содержат всевозможную цензурированную информацию (информацию с различного рода неопределенностями). В связи с этим практика современных исследований предъявляет требования наряду с точечным оцениванием характеристик надежности проводить интервальное оценивание. Рассмотрим основные результаты

интервального оценивания приведенных ранее характеристик.

Интервальное оценивание характеристик надежности

Доверительные границы для плотности распределения

Рассмотрим вначале построение доверительных границ для ядерной оценки плотности распределения, полученной по данным, содержащим только полные наработки. Пусть у нас есть выборка $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, представляющая собой результаты наблюдений за некоторым случайным параметром. Запишем выражение для ядерной оценки плотности распределения этого параметра

$$f_\xi(t) = \frac{1}{n\sigma} \sum_{i=1}^n V\left(\frac{t - \xi_i}{\sigma}\right).$$

Обозначим $\eta_i = \frac{1}{\sigma} V\left(\frac{t - \xi_i}{\sigma}\right)$.

Случайные величины η_i являются независимыми и одинаково распределенными (н.о.р.с.в.). Тогда, согласно центральной предельной теореме (ЦПТ), при больших n получим

$$f_\xi(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i \overset{as}{\sim} N\left(M_\eta, \sqrt{\frac{D_\eta}{n}}\right), \quad (5)$$

где M_η, D_η – математическое ожидание и дисперсия случайной величины η .

При небольших значениях числа n для построения доверительных границ можно воспользоваться распределением Стьюдента с n степенями свободы:

$$\frac{M_\eta(t) - f_\xi(t)}{\sqrt{D_\eta(t)/n}} \sim t_n.$$

Тогда получим:

$$f_\xi(t) - t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_\eta(t)}{n}} \leq M_\eta(t) \leq f_\xi(t) + t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_\eta(t)}{n}}. \quad (6)$$

Значения математического ожидания и дисперсии случайной величины η рассчитываются следующим образом:

$$M_{\eta}(t) = \frac{1}{\sigma} \int_{\Omega} V \left(\frac{t-\tau}{\sigma} \right) f_{\xi}(\tau) d\tau,$$

$$D_{\eta}(t) = \frac{1}{\sigma^2} \int_{\Omega} V^2 \left(\frac{t-\tau}{\sigma} \right) f_{\xi}(\tau) d\tau - M_{\eta}^2(t). \quad (7)$$

Доверительные интервалы для вероятности безотказной работы

Используя формулу (6), достаточно просто рассчитать доверительные интервалы для ВБР. Обозначим $f_b(t)$ и $f_n(t)$ верхнюю и нижнюю границы доверительного интервала для плотности распределения, которые определяем из выражений

$$f_n(t) = f_{\xi}(t) - t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}};$$

$$f_b(t) = f_{\xi}(t) + t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}}.$$

Тогда доверительные границы для оценки ВБР можно записать в следующем виде:

$$1 - \int_0^t f_b(x) dx \leq P(t) \leq 1 - \int_0^t f_n(x) dx.$$

$$\lambda(t) - t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}} \frac{1}{1-F(t)} \leq M_{\lambda}(t) = \frac{M_{\eta}(t)}{1-F(t)} \leq \lambda(t) + t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}} \frac{1}{1-F(t)}.$$

M_{η} и D_{η} посчитаны при построении доверительных границ ядерной оценки плотности распределения (7).

Доверительные интервалы для среднего прямого и обратного остаточного времени

Определение точности оценки математического ожидания прямого остаточного времени в сформулированных начальных условиях является достаточно сложной задачей. В случае непараметрического оценивания на данный момент не решено, каким образом можно получить оценку для дисперсии прямого остаточного времени. Поэтому авторами было предложено проводить оценивание точности бутстреп-методом.

Суть бутстреп-метода заключается в том, что теоретическое распределение генеральной совокупности заменяется выборочным. Далее происходит переход от одновыборочной схемы наблюдений к схеме многих выборок того же объема, которые извлекаются из первоначальной выборки и имеют распределение, совпадающее с выборочным. Эта процедура позволяет производить построение выборочного рас-

Доверительные границы для интенсивности отказов

Рассмотрим построение доверительных границ для ядерной оценки интенсивности отказа. Оценку интенсивности отказа будем рассчитывать в виде

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\hat{f}_{\xi,n}(t)}{1 - \hat{F}_{\xi,n}(t)},$$

где $\hat{F}_{\xi,n}(t)$ и $\hat{f}_{\xi,n}(t)$ ядерные оценки функции и плотности распределения соответственно.

Как уже было показано, для оценки плотности распределения, построенной по полным наработкам, справедливо выражение (5).

С другой стороны, последовательность случайных величин

$$1 - \hat{F}_{\xi,n}(t) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1 - F_{\text{ист}}(t),$$

где $F_{\text{ист}}(t)$ – истинное значение оцениваемой функции распределения случайной величины ξ . Согласно [7], получим при $n \rightarrow \infty$

$$\frac{\hat{f}_{\xi,n}(t)}{1 - \hat{F}_{\xi,n}(t)} \sim N \left(\frac{M_{\eta}(t)}{1 - F(t)}, \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}} \frac{1}{1 - F(t)} \right).$$

И для небольших n :

$$\lambda(t) - t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}} \frac{1}{1-F(t)} \leq M_{\lambda}(t) = \frac{M_{\eta}(t)}{1-F(t)} \leq \lambda(t) + t_{n,\alpha/2} \sqrt{\frac{D_{\eta}(t)}{n}} \frac{1}{1-F(t)}.$$

предления оцениваемого параметра без каких-либо дополнительных предположений и строить непараметрические доверительные интервалы.

Рассмотрим применение бутстреп-метода для построения доверительных интервалов оценки прямого остаточного времени:

Шаг 1. Для конкретного оборудования имеем выборку наработок $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$. На основании этой выборки получаем оценку \hat{V} среднего прямого остаточного времени.

Шаг 2. Моделируем новую выборку, для чего из первоначальной выборки $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ извлекают случайную выборку объема $n - \xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_n^*$. На этом шаге не получается перестановочного распределения, поскольку значения ξ_i^* отбираются из первоначальной выборки с возвращением. Получаем оценку \hat{V}_1^* .

Шаг 3. Многократно повторяем шаг 2, получаем бутстреп-оценки $\hat{V}_1^*, \hat{V}_2^*, \dots, \hat{V}_r^*$.

Шаг 4. Для схемы непараметрического оценивания границы доверительных интервалов определяются следующим образом:

1. Выбираем уровень α , соответствующий доверительной вероятности $1 - 2\alpha$;

2. Для данного α определяем границы интервалов, удовлетворяющих следующим соотношениям:

$$\alpha = \frac{d(V_i^* \leq V_H^*)}{r}; \quad (8)$$

$$1 - \alpha = \frac{d(V_i^* \leq V_B^*)}{r}, \quad (9)$$

где r – объем бутстреп-повторений; $d(V_i^* \leq V_{B(n)}^*)$ – количество оценок параметра V из числа бутстреп-повторений $\hat{V}_1^*, \hat{V}_2^*, \dots, \hat{V}_r^*$, принявших значения, меньшие чем V_B^* (или V_H^*). В данном случае оценки V_B^* и V_H^* , определяемые выражениями (8) и (9), будут характеризовать приближенный доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности $1 - 2\alpha$. Доверительную вероятность обычно принимают на уровне 0,9–0,95.

Пример применения методики расчета характеристик надежности

Рассмотрим применение описанной процедуры для определения характеристик надежности и оценки точности полученных характеристик на примере объектов, рабо-

тающих в составе штатного оборудования атомных электростанций.

Авторами данной работы проведен сбор эксплуатационной информации о функционировании большой группы оборудования систем важных для безопасности атомных электростанций. В данной статье приведем пример расчета показателей для одного из устройств (УНО-100М-01 – устройство системы автоматического контроля радиационной безопасности), для которого проводился анализ. В базе данных, содержащей информацию о функционировании оборудования, представлены данные о работе 41 однотипного устройства УНО-100М-01. В процессе эксплуатации данной совокупности было зафиксировано 879 отказов за 14 лет наблюдений. На основании данной информации были определены наработки устройств между отказами и проведена обработка данных по изложенной методике. Результаты обработки представлены на рис. 2–6. На рис. 2 представлено поведение плотности распределения наработки между отказами, на рис. 3 – функции «вероятность безотказной работы», на рис. 4 – интенсивности отказов, на рис. 5 – среднего прямого остаточного времени. Следует отметить, что для всех показателей надежности проведены расчеты не только точечных оценок, но и представлены доверительные границы с уровнем доверительной вероятности, равной 0,90.

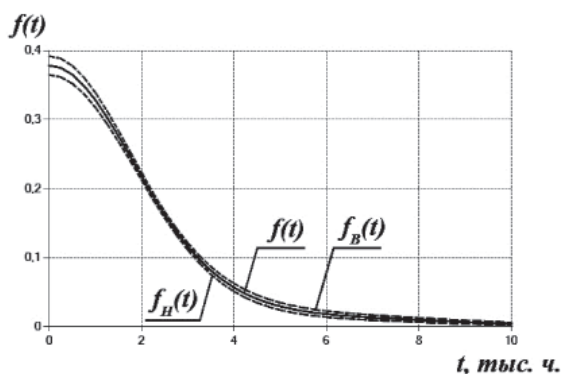


Рис. 2. Плотность распределения наработки между отказами

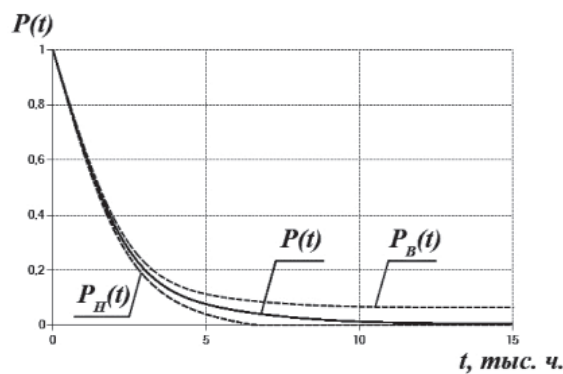


Рис. 3. Вероятность безотказной работы

Проведем анализ результатов. Особый интерес представляет «спектральный анализ» интенсивности отказа (см. рис. 4). Помимо статистического шума каждый всплеск (горб) функции интенсивности отказа может быть обусловлен объективными причинами отказов. В рассматриваемом случае функция интенсивности отказа по оси наработок имеет три горба. Первый наблюдается при наработках в 2,5–3 тысяч часов, второй при 9–10 тысячах часов, третий

приходится на конец интервала построения показателей надежности (наработки свыше 25 тысяч часов). После получения данных результатов возникла необходимость заново проанализировать таблицы отказов. В процессе данного анализа выяснилось, что на указанных временных интервалах наблюдается относительное увеличение количества отказов. Причем на каждом из интервалов удалось установить доминирующую причину отказов.

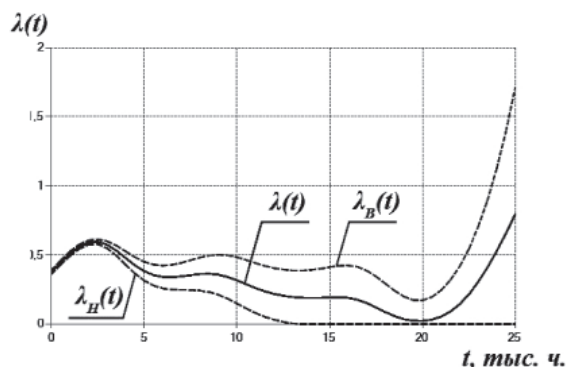


Рис. 4. Интенсивность отказов

Технологический анализ причин отказов в зоне экстремумов показывает, что первый горб связан с недостатками в технологии выполнения ремонтных операций, включая профилактические работы. Действительно, если вернуться к данным об отказах, то можно заметить, что 60% отказов в период, соответствующий первому всплеску интенсивности, были обусловлены недостатками технического обслуживания и ремонта. Второй горб связан с отказами отдельных составных частей рассматриваемых устройств, обусловленных несовершенством их конструкции. 65% отказов в период, соответствующий второму всплеску интенсивности, произошли именно по этой причине. Третий горб функции интенсивности отказов можно объяснить ошибками расчета, возникающими на границе области определения функции интенсивности отказов, ввиду малого объема данных об отказах в соответствующий промежуток времени.

Заключение

В статье показана возможность применения непараметрических методов оценки показателей надежности уникального высоконадежного оборудования. Для построения плотности распределения положительно определенной случайной величины использовано гауссовское ядро с зеркальным отображением. Важно отметить, что непараметрические методы позволяют провести дополнительный углубленный технологический анализ надежности, в частности, спектральный анализ интенсивности отказов, что несвойственно параметрическим методам. Современное состояние технологической базы предъявляет требования проведения не только точечного, но и

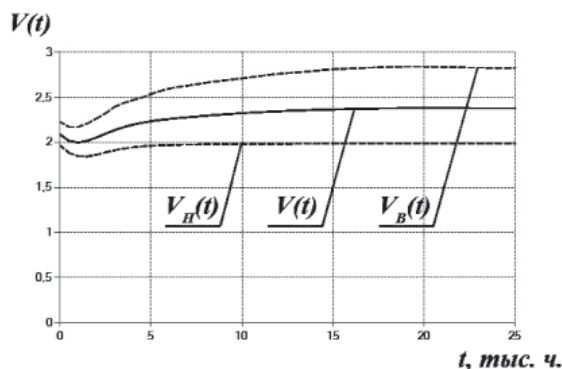


Рис. 5. Среднее прямое остаточное время

интервального оценивания характеристик надежности. В статье изложены процедуры аналитического расчета границ доверительного интервала ряда характеристик, а также приведена бутстреп-процедура вычисления доверительных интервалов среднего прямого остаточного времени.

Список литературы

1. Антонов А.В. Системный анализ: учебник для вузов. – 3-е изд. – М.: Высш. шк., 2008. – 454 с.
2. Антонов А.В., Чепурко В.А. Построение непараметрической плотности распределения на основании цензурированной информации // Надежность. – 2005. – №2. – С. 3–13.
3. Антонов А.В., Зюляева Н.Г., Чепурко В.А. Исследование метода ядерной оценки плотности распределения // Надежность. – 2007. – №1. – С. 3–12.
4. Статистический анализ эксплуатационной надежности электронасосных агрегатов ЦН 60-180 реакторов ВВЭР методами ядерного оценивания / А.В. Антонов, Н.Г. Зюляева, В.А. Чепурко, А.Я. Белоусов, В.В. Таратунин // Известия вузов РФ. Ядерная энергетика. – 2009. – №3. – С. 5–14.
5. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
6. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode // Annals of Mathematical Statistics. – 1962. – №33. – P. 1065–1076.
7. Rozenblatt M. Remark on some nonparametric estimates of a density function // Annals of Mathematical Statistics. – 1956. – №27. – P. 832–837.

Рецензенты:

Острейковский В.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры информатики и вычислительной техники Сургутского государственного университета ХМАО-Югры, г. Сургут;

Перегида А.И., д.т.н., профессор кафедры «Экономика и управление» Калужского филиала Российского государственного социального университета, г. Калуга.

Работа поступила в редакцию 07.07.2011.