ЛОКАЛИЗАЦИИ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ С МИНИМАЛЬНОЙ ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ

Калмыков И.А., Резеньков Д.Н.
Ставропольский военный институт связи Ракетных войск
Ставрополь, Россия

Модулярные коды полиномиальной системы классов вычетов ПСКВ обладают потенциальными возможностями по построению кодов, способных обнаруживать и исправлять ошибки в процессе выполнения операций, независимо от природы возникновения арифметических ошибок [1,2,3,4].

В случае обнаружения ошибки производится коррекция ошибочной комбинации. Для реализации данной процедуры рассмотрим следующую теорему.

Теорема: если в нормированной системе оснований ПСКВ $p_1(z)$, $p_2(z),\dots, p_{\kappa+1}(z)$ задан полином $A(z)=(a_1(z), a_2(z), \dots,a_{k+1}(z))$ с нормированным следом $\gamma_{k+i}(z)$, то данный полином является разрешенным при условии $\gamma_{k+i}(z)=0$, *в* противном случае - он содержит ошибку [1,2].

Доказательство

Применение китайской теоремы об остатках позволяет представить полином $A(z) = (a_1 (z), a_2(z), \dots,a_{k+l}(z))$ в виде суммы ортогональных полиномов

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots,a_{k+l}(z)) = \sum_{i=1}^{k+1} a_i(z)B_i(z) mod P_{полн}(z). \quad (1)$$

Если положить условие, что полином $A(z)$ является разрешенным, т.е. $A(z)\in P_{раб}(z)$, то справедливо

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots,a_k(z)) = \sum_{j=1}^{k} a_j(z)B_j^*(z) mod P_{раб}(z) \quad (2)$$

где $B_j^*(z)$ - ортогональные базисы безизбыточной системы оснований.

Тогда имеем

$$(a_1(z), a_2(z), \dots,a_{k+l}(z))= (a_1(z), a_2(z), \dots,a_k(z)) \quad (3)$$

Расширив безубыточную систему оснований ПСКВ $p_1(z)$, $p_2(z),\dots, p_k(z)$ на основание $p_{k+1}(z)$, представим ортогональные базисы в виде

$$\begin{gathered} |a_1(z)B_1^*(z)|^+_{P раб(z)}=(a_1(z),0,0,\dots,0, y^1_{k+1}(z))=A_1(z); \\ |a_1(z)B_1^*(z)|^+_{P раб(z)}=(0, a_2(z),0,\dots,0, y^2_{k+1}(z))=A_2(z); \\ \dots \\ |a_k(z)B_k^*(z)|^+_{P раб(z)}=(0, 0,0,\dots,a_k(z), y^k_{k+1}(z))=A_k(z); \end{gathered} \quad (4)$$

Таким образом, получены псевдоортогональные полиномы, у которых ортогональность нарушена по контрольному основанию. Тогда нормированный след и $S_{k+1}(z)$ полинома $A(z)$ определяется как разность исходного $A(z)$ и величин m псевдоортогональных полиномов

$$A(z)- \sum_{i=1}^{k} A_1(z) = y_{k+1}(z) \quad (5)$$

Поскольку, согласно (3) выхода за пределы рабочего диапазона не происходит, то значение нормированного следа полинома $y_{k+1}(z)$однозначно определяет факт наличия ошибки.

Если полином $A(z)$ является разрешённым, то на основе (2) и (3) имеем, что значение нормированного следа $y_{k+1}(z) = 0$.

Допустим, что ошибка возникла по i-ому основанию, $i = 1,2,\dots,\kappa+1$. Рассмотрим случай, когда $i= \kappa+1$. Тогда $A^*(z) = (a_1(z),a_2(z),\dots,a^*_{k+l}(z))$. Так как все остатки по рабочим основаниям не изменялись, то сумма псевдоортогональных полиномов $A_i(z)$, $i=1,2, \dots,k$, по контрольному основанию даст значения

$$\sum_{i=1}^{k} y^i_{k+1}(z) mod\, p_{k+1}(z)= a_{k+l}(z).$$

Но так как ошибка произошла по избыточному основанию, то справедливо $a^*_{k+l}(z) \neq a_{k+l}(z)$

Следовательно, нормированный след полинома $y_{k+1}(z)\neq 0$.

Пусть ошибка произошла по рабочему основанию $p_{\,i}(z)$, где $i = 1,2,\dots,\kappa$. Тогда полином примет вид $A^*(z) = (a_1(z),\dots,a^*_i(z),\dots,a_{k+l}(z))$. Очевидно, что изменение величины остатка $a_i(z) \neq a^*_i(z)$ ведет к использованию в выражении (5) вместо псевдоортогонального полинома $A_i(z)$другого полинома $A_i^*(z)$. Таким образом $\gamma^i_{k+1}(z)\neq \gamma^*_{k+1}(z)$. Следовательно, $y_{k+1}(z) \neq 0$. Значит полином $A^*(z)$ содержит ошибку.

Доказательство закончено.

Очевидно, что доказанная теорема позволяет использовать позиционную характеристику нормированный след полинома для построения эффективных процедур поиска и локализации ошибок в модулярных кодах ПСКВ. При этом значение номера интервала, в который попадает ошибочный полином $A^*(z)$ равен значению остатка по контрольному модулю $y_{k+1}(z)$ и определяется следующим образом [3]

$$l(z)= y_{k+1}(z)=[\Delta a_i(z)m_i(z)p_{k+1}(z) /p_i(z)]mod p_{k+1}(z). \quad (6)$$

Поскольку каждая из ошибок может перевести правильный полином $A(z)$ в полином $A^*(z)$, лежащий вне нулевого диапазона $P_{полн}(z)$,то зная номер интервала куда попал $A^*(z)$, можно определить совокупность оснований, в остатках которых могла произойти ошибка. Кроме того, существенным фактором является возможность определения величины ошибки, которая перевела разрешенную комбинацию $A(z)$ в запрещенный диапазон [4].

В связи с этим открывается дополнительные возможности к сокращению процесса определения места ошибки. Поскольку ошибки по рабочим основаниям $p_1(z)$, $p_2(z),...,p_n(z)$ могут располагаться лишь в интервалах, определенных выражением $ord\ p_i(z)\geq ord\ p_{k+1}(z)$,то в случае когда имеет место ошибка, не относящаяся ни к одному из возможных интервалов, можно утверждать, что она имела место в остатке по контрольному основанию $p_{n+1}(z)$.

Следует отметить, что распределение ошибок по интервалам числового диапазона полностью зависит от величины контрольного основания, т.е. от имеющей место избыточности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе класса вычетов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. -274с.

2. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Архитектура отказоустойчивой нейронной сети для цифровой обработки сигналов /Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №12, 2004, с.51-60.

3. Калмыков И.А., Тимошенко Л.И., Резеньков Д.Н. Непозиционное кодирование информации в конечных полях для отказоустойчивых спецпроцессоров цифровой обработки сигналов. - Инфокоммуникационные технологии. №3 2007 года, с.36-39.

4. Калмыков И.А., Ермолаева Е.В., Резеньков Д.Н.. Спектральный методобнаружения и коррекции ошибок в кодах ПСКВ. – Научно-техническая конференция. ч.1, с.153.

ПРИМЕНЕНИЕ ИЗБЫТОЧНЫХ КОДОВ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ ДЛЯ ПРОЦЕДУР ПОИСКА И КОРРЕКЦИИ ОШИБОК

Резеньков Д.Н.
Ставропольский военный институт связи Ракетных войск
Ставрополь, Россия

В отличие от оптимальных кодов, обладающих минимальной избыточностью, корректирующие коды характеризуются введением дополнительной избыточности. Целенаправленное введение избыточности позволяет обнаружить и исправить ошибки, возникающие в результате отказов элементов вычислительных трактов спецпроцессоров (СП) полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ). [1,2,3]

Если на диапазон возможного изменения кодируемого множества полиномов наложить ограничения, то есть выбрать $к$ из n оснований ПСКВ $(к<n)$, то это позволит осуществить разбиение полного диапазона $P_{полн}(z)$ расширенного поля Галуа $GF(p^v)$ на два непересекающихся подмножества.

Первое подмножество называется рабочим диапазоном и определяется выражением

$$P_{раб}(z)=\prod_{i=1}^{k} p_i(z) \quad (1)$$

Многочлен $A(z)$ с коэффициентами из поля $GF(p)$ будет считаться разрешенным в том и только том случае, если он является элементом нулевого интервала полного диапазона $P_{полн}(z)$, то есть принадлежит рабочему диапазону [2]

$$A(z)\in P_{пол}(z),$$

Второе подмножество $GF(p^v)$, определяется произведением $r=n-k$ контрольных оснований

$$P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z) \quad (2)$$