

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ НЕОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНО-ДИФFUЗИОННОГО ПЕРЕНОСА

Михайлов А.В.

ГОУ ВПО «Тульский государственный университет», Тула, Россия

Для системы векторных уравнений вида: $\frac{\partial}{\partial x}(\bar{K} + \bar{D}) = f(x)$, где K, D – векторы конвективных и диффузионных слагаемых уравнений, рассматривается следующее преобразование и решение. После дифференцирования и изменения знака левой и правой части, справедлива форма: $-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-D + \int_0^x K dx \right) = -\frac{\partial f}{\partial x}$, которая без труда может быть представлена в виде следующей трехточечной аппроксимации:

$$\begin{aligned} -2A_J \cdot \left[-D_{i+1} + \int_0^{x_i+\Delta x} K_i dx \right] + 4C_J \left[-D_i + \int_0^{x_i} K_i dx \right] - \\ -2B_J \left[-D_{i-1} + \int_0^{x_i-\Delta x} K_i dx \right] = -\Delta x \cdot [f_{i+1} - f_{i-1}] \end{aligned} \quad (1)$$

где i – сеточный индекс ячейки в области определения функций; J – номер уравнения.

Обозначая через вектор-столбец Y_i выражения в квадратных скобках сеточного уравнения (1) и через F_i – выражения в правой части, получим: $-A_{iJ} Y_{i-1} + C_{iJ} Y_i - B_{iJ} Y_{i+1} = -F_i$, с граничными условиями:

при $i = 0$: $C_0 Y_0 - B_0 Y_1 = -F_0$,

при $i = N$: $-A_N Y_{N-1} + C_N Y_N = -F_N$.

где A, B, C – квадратные матрицы коэффициентов.

Общая схема алгоритма численного решения системы неоднородных уравнений приводится к последовательности действий схемы метода матричной прогонки. Согласно данной схемы, решение задачи в методе матричной прогонки ищется в виде:

$$Y_i = \alpha_{i+1} Y_{i+1} + \beta_i, \quad (2)$$

где α, β – матрица и вектор, составленные из неизвестных коэффициентов прогонки, определяемые рекуррентными зависимостями вида:

$$\alpha_{i+1} = (C_i - A_i \alpha_i)^{-1} B_i, \quad \beta_{i+1} = (C_i - A_i \alpha_i)^{-1} \cdot (A_i \beta_i + F_i). \quad (3)$$

В отличие от известных подходов, алгоритм (2,3) реализуется не для физических переменных задачи, а для их комбинации – выражений в квадратных скобках сеточного уравнения (1), что составляет первый этап вычислительного цикла. Определение искомых функций задачи проводится с применением любой итерационной схемы на втором этапе.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ И ГРУППЫ РИСКА У ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЖИВОТНЫХ

Новосельцев В.Н., Новосельцева Ж.А.
Институт проблем управления РАН

Предсказание предстоящей продолжительности жизни (ППЖ) играет важную роль в современной медицине и биологии. Однако попытки дать индивидуальный прогноз ППЖ, как правило, не оправдываются из-за больших дисперсий даваемых оценок. Поэтому появился целый ряд работ, в которых исследования проводятся на животных, а сам прогноз делается на основании различных индивидуальных маркеров (Altman, Royston 2000, Harperr et al. 2004, Cargill et al. 2003, Clark et al. 2003, Miller 2001, Piantanelli 2001, Stevens et al. 2000, Watari et al. 2002). В 2007 г. Cook et al. предприняли попытку определе-

ния реального возраста москитов по генетическим индексам.

Мы сделали прогноз ППЖ для популяции из 1000 плодовых мушек *Medfly*, основываясь на индивидуальных паттернах яйценосения (Новосельцев с соавт. 2007, 2008). Оказалось, что дисперсия индивидуальных ошибок в прогнозируемых данных сравнима с ошибками «демографического» предсказания ППЖ (под демографическим предсказанием здесь понимается приписывание каждому животному среднепопуляционного времени предстоящей жизни). Так, при прогнозе, осуществленном на 20-й день жизни популяции, среднеквадратическая ошибка предсказания ППЖ оказалась равной $\sigma_{indiv}=14.02$ («демографический» прогноз, $\sigma_{demogr}=13.39$). Через 10 дней (прогноз на 30-й день жизни) ситуация сохранилась: $\sigma_{indiv}=12.14$ ($\sigma_{demogr}=12.06$). Это означает, что более высокое качество индивидуального предсказания на основании яйценосения по сравнению с демографическим предсказанием обеспечивается исключительно за счет сдвига математического ожидания распределения прогностических данных. Тем самым подтвердилось принятое сегодня мнение о том, что индивидуальный прогноз ППЖ давать нецелесообразно, если это вообще можно сделать.

Другой подход, основанный на выделении группы риска, оказывается значительно надежнее индивидуального прогноза. Формирование групп