Список литературы:

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и Техника, 1987г.
2. E. Isaacson, H.B. Keller, Analysis of Numerical Methods, Wiley, New York, 1966г.
3. Э. М. Кольцова, В.А. Василенко, В.В. Тарасов, Численные методы решения уравнений переноса во фрактальных средах, Ж.Ф.Х, 2000г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ЗАЗОРЕ ЧАСТИЧНО ПОРИСТЫХ ПОДШИПНИКОВ С ВНЕШНИМ НАДДУВОМ ГАЗА

Космынин А.В., Виноградов С.В.
Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
Комсомольск-на-Амуре, Россия

Одним из направлений повышения точности и производительности металлорежущих станков является применение в шпиндельных узлах подшипников на газовой смазке. Исследованиями установлено, что среди многообразных конструкций газостатических опор лучшими характеристиками обладают пористые подшипники.

Вместе с тем, применение пористых подшипников осложняется трудностью точного изготовления вкладыша. Поэтому перспективными представляются конструкции подшипников, в газонепроницаемом вкладыше которых устанавливаются пористые вставки, предназначенные для подвода газа в зазор опоры. Заметим, что такие подшипники более технологичны по исполнению, чем подшипники с дискретными питающими отверстиями и микроканавками. Анализ многочисленных работ отечественных и зарубежных ученых по исследованию газовых опор говорит, что особенности работы частично пористых подшипников до настоящего времени остаются наименее изученными.

Для теоретического исследования характеристик подшипников с пористыми вставками в КнАГТУ разработана математическая модель распределения поля давления смазки в зазоре подшипников, что, в итоге, позволяет определить основные эксплуатационные характеристики таких опор.

Систему исходных уравнений, описывающих течение смазки, составляют уравнение политропы, движения, неразрывности и энергии. При разработке математической модели приняты следующие допущения:

- течение газа в пористой среде считается вязким и ламинарным. К такому течению применим закон Дарси, что позволяет считать коэффициент проницаемости пористого материала постоянным;
- течение газа в зазоре подшипника изотермическое, а сама газовая смазка сжимаемая, и удовлетворяет уравнению состояния;
- радиус вала намного больше толщины смазочного слоя;
- толщина смазочного слоя позволяет пренебречь течением в пленке в направлении нормали к стенкам подшипника и считать давление в этом направлении неизменным;
- массовые и инерционные силы пренебрежительно малы по сравнению с силами вязкого трения и восстанавливающей силой смазочного слоя, уравновешивающей внешнюю нагрузку;
- режим работы подшипника стационарный.

Можно показать, что с учетом принятых допущений поле давления газа в зазоре частично пористых подшипников можно найти с помощью модифицированного уравнения Рейнольдса. Это уравнение является дифференциальным уравнением эллиптического типа в частных производных, поиск аналитического решения которого является сложной задачей. Поэтому решение уравнения Рейнольдса выполняется численным методом путем аппроксимации входящих в него частных производных трехточечными центральными разностями. При этом краевые условия решаемой задачи ставятся на границе области интегрирования и на границе пористых вставок.

Решение совокупной системы уравнений ведется итерационным методом Гаусса-Зейделя. Необходимыми и достаточными условиями завершения итерационного цикла являются условия малого отличия (в пределах заданной погрешности) давления в любом узле конечно-разностной сетки на двух ближайших итерациях.

Для проверки корректности решения краевой задачи в КнАГТУ выполнен комплекс экспериментальных исследований характеристик частично пористых опор с различным расположением вставок во вкладыше подшипника.

Сопоставление экспериментальных и теоретических характеристик показало, что расхождение в оценке несущей способности подшипника не превосходит 18%, а коэффициента радиальной жесткости 17%.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОСРЕДСТВОМ СОУДАРЕНИЙ

Крупенин В.Л
Институт машиноведения РАН, Москва, Россия

Изучаются проблемы, характерные для математического моделирования динамических объектов сложной структуры, взаимодействующих через сильно нелинейные (в данном случае –ударные) силы. Рассматривается семейство стационарных склерономных линейных упруго-вязких систем с полной диссипацией энергии, обозначаемое далее $\mathbf{A}=\{\mathbf{A}_0;\mathbf{A}_1,..\mathbf{A}_N\}$ Каждой из систем $\mathbf{A}_r$ семейства $\mathbf{A}$ отвечает поле перемещений $u_r(x_r,t)\in\mathbf{R}^3$, причем вектора $x_r\in\mathbf{X}_r\subset R^3$ - суть векторные координаты точек систем $\mathbf{A}_r$; $t\in\mathbf{R}$; $r=0,1,..,N$.Динамика всех членов семейства **A** определяется системами матричных операторов динамической податливости [1] $\mathbf{L}^{(r)}(\mathbf{y}_r,\mathbf{x}_r;p)$, где p - оператор дифференцирования. Указанные операторы имеют размерность [3x3] и ставят в соответствие нелинейным силовым полям $\mathbf{f}_r(\mathbf{x}_r,t)$ $[\mathbf{x}_r\in\mathbf{X}_r]$ поля перемещений

$$\mathbf{u}_r(\mathbf{x}_r,t)= \mathbf{L}^{(r)}(\mathbf{y}_r,\mathbf{x}_r;p)\ \mathbf{f}_r(\mathbf{y}_r,t) \qquad (1)$$

Предположим теперь, что каждая из систем $\mathbf{A}_r$ (r=1,...,N) соударяется с системой $\mathbf{A}_0$ следующим образом.

Пусть при $\mathbf{x}_r=\mathbf{x}_{r0}$ в каждой из систем **A**r сосредоточено по одному включению, содержащему точечные тела с сосредоточенными массами m_{r0}, и в то же время система $\mathbf{A}_0$ содержит N подобных включений при $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}_{0r}$, в которых сосредоточены точечные тела с массами m_{0r}; r=1,...,N. Пусть далее тела с массами m_{r0} могут соударяются с телами с массами m_{0r} соответственно, так что объединенная система (семейство) **A** содержит N сосредоточенных ударных пар. Введем относительные координаты $\mathbf{u}_r(t)=\mathbf{u}_0(x_{0r},t)-\mathbf{u}_r(x_{r0},t)$ и обозначим Φ_r силу удара в r-й ударной паре. Тогда можно записать систему из *(N+1)*-го операторного уравнения движения объединенной системы **A** (ср.[1]):

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{x}_0,t)=L^{(0)}(\mathbf{y}_0,\mathbf{x}_0;p)\{\mathbf{f}_0(y_0,t) - \sum_{r=1}^{N} \Phi_r[\mathbf{u}_r(t), p\mathbf{u}_r(t)]\delta(\mathbf{y}_0-\mathbf{x}_{0r})\};$$
$$\mathbf{u}_r(\mathbf{x}_r,t)= L^{(r)}(\mathbf{y}_r,\mathbf{x}_r;p)\{\mathbf{f}_r(\mathbf{y}_r,t) + \Phi_r[\mathbf{u}_r(t), p\mathbf{u}_r(t)]\delta(\mathbf{y}_r-\mathbf{x}_{r0})\}, \qquad (2)$$

где $\delta(\mathbf{x})$ - δ-функция Дирака; r=1,...,N. Проведя N раз вычитаний второго уравнения (2) из первого уравнения (2), получаем для относительных координат (2) при r=1,...,N

$$\mathbf{u}_r(t)=\mathbf{U}_{r0}(t)-L^{(0)}(\mathbf{x}_{0r},\mathbf{x}_0;p)\sum_{r=1}^{N}\Phi_r[\mathbf{u}_r(t),p\mathbf{u}_r(t)]-L^{(r)}(\mathbf{x}_{r0},\mathbf{x}_r;p)\Phi_r[\mathbf{u}_r(t),p\mathbf{u}_r(t)] \qquad (3)$$

где обозначено: $\mathbf{U}_{r0}(t)=L^{(0)}(\mathbf{y}_0,\mathbf{x}_0;p)\mathbf{f}(y_0,t)-L^{(r)}(\mathbf{y}_r,\mathbf{x}_r;p)\mathbf{f}(\mathbf{y}_r,t)$-изменение относительных координат в отсутствии ударов и введены операторы $L_k(0,r)(p)=L(0)(\mathbf{x}_{0r},\mathbf{x}_{0r};p)$; $L_{0r}(p)=L^{(0)}(\mathbf{x}_{0r},\mathbf{x}_{0r};p)+L^{(r)}(\mathbf{x}_{r0},\mathbf{x}_{r0};p)$.Таким образом соотношения (3) можно для удобства переписать и так:

$$\mathbf{u}_r(t)=\mathbf{U}_{r0}(t)-L_{0r}(p)\Phi_r[\mathbf{u}_r(t),p\mathbf{u}_r(t)]- L^{(0)}(\mathbf{x}_{0r},\mathbf{x}_0;p)\sum_{r=1}^{N}\Phi_k[\mathbf{u}_k(t),p\mathbf{u}_k(t)]\ ,\ k\neq r \qquad (4)$$

Выведенные соотношения - весьма общи, так как моделируют поведение представительного класса линейных между ударами систем. Если необходимые системы операторов динамической податливости и распределения внешних сил заданы, а гипотеза удара, определяющая функции Φ_k - конкретизирована, то, найдя представления относительных координат $\mathbf{u}_{r0}$, можно при помощи соотношений (2) найти перемещения любой точки семейства **A**.

Основной предмет рассмотрений – моделирование периодических режимов движения, анализируются при помощи методов частотно-временного анализа [1]. В частности, изучается модель, цепочки N массивных бусин, расположенных на невесомой струне, колебания каждой из которых ограничивает линейный между соударениями осциллятор:

$$m\ddot{u}_k+c(2u_k-u_{k+1}-u_{k-1})+\Phi_k(u_r, \dot{u}_r)= g_k(u_{k,\ldots,}\dot{t}); k=1,....,N; u_0=u_{N+1}=0. \qquad (5)$$

Здесь g_k - гладкие неконсервативные силы; Φ_k - сила удара в каждой из N ударных пар; u_r,- относительные координаты. К уравнениям (5) добавим 2N уравнений ударных осцилляторов. Для группы (1) из N «верхних» осцилляторов и для группы (2) из N «нижних» осцилляторов имеем:

$$m_1\ddot{u}_{1j} + c_1u_{1j}+ \Phi_j(u_r, \dot{u}_r)=f_{1j}(u_{1j}, \dot{u}_{1j},t)\ ; \quad j=1,....,N; \qquad (6)$$

$$m_1\ddot{u}_{2q} + c_1u_{2q}+ \Phi_j(u_r, \dot{u}_r)=f_{2j}(u_{2q}, \dot{u}_{2q},t)\ ; \quad q=1,....,N \qquad (7)$$

Для отыскания периодических движений в системе (5) - (7) необходимо перейти к операторны[illegible]лям и, посредством методов частотно-временного анализа получить искомые представления через периодические функции Грина линейных систем [1].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 05-08-50183).

Список литературы:

1. Бабицкий В.И., Крупенин В.Л. Колебания в сильно нелинейных системах. - М.: Наука, 1985.-320 с.