

## Технические науки

**ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА  
МЕТАЛЛОВ ЭЛЕКТРОДОМ С  
КРИВОЛИНЕЙНЫМ УЧАСТКОМ  
ГРАНИЦЫ**

Клочков Ю.П., Котляр Л.М.\*, Миназетдинов  
Н.М.\*, Хайруллин А.Х.\*  
ООО "КАМАЗ"

\*Камская государственная инженерно-  
экономическая академия  
Набережные Челны, Россия

В качестве первого приближения в теоретическом анализе процесса размерной электро-

$$\nabla^2 u = 0 \quad (1)$$

При соблюдении необходимых условий после длительного времени обработки, обрабатываемая поверхность принимает определенную постоянную во времени форму, которую называют установившейся или стационарной. В этом

химической обработки (ЭХО) используется модель «идеального процесса». Основные постулаты модели и их подробное обоснование приведены в работе [2]. Согласно этой модели, электрическое поле в межэлектродном промежутке можно считать потенциальным, т.е.  $\vec{E} = -\text{grad } u$ , где  $\vec{E}$  - вектор напряженности электрического поля,  $u$  - потенциал электрического поля. В идеальном процессе ЭХО электрическое поле может быть описано уравнением Лапласа

случае линейная скорость анодного растворения  $V_a = \eta \varepsilon j / \rho$  по нормали к поверхности анода в любой точке анода будет равна:

$$V_a = V_k \cos \theta \quad (2)$$

где  $\eta$  - выход по току для реакций анодного растворения металла,  $j$  - плотность тока,  $\varepsilon$  - электрохимический эквивалент металла,  $\rho$  - плотность материала анода,  $\theta$  - угол между вектором

$\vec{V}_k$  скорости подачи катода и вектором  $\vec{n}_1$  внешней нормали к аноду [2]. Тогда установившееся распределение плотности тока  $j$  на стационарной анодной границе определяется следующим равенством:

$$\eta(j) \cdot j = \frac{\rho V_k}{\varepsilon} \cos \theta \quad (3)$$

В работе [3] установлена важная гидродинамическая аналогия задачи стационарного электрохимического формообразования и показана возможность применения теории обратных краевых задач для аналитических функций при исследовании плоскопараллельных задач теории электрохимического формообразования.

Рассмотрим плоскую задачу теории электрохимической размерной обработки металлов, состоящую в нахождении формы установившейся анодной границы, образующейся при обработке катодом-инструментом с криволинейным участком границы.

Используя гидродинамическую интерпретацию задачи [3], перейдем к исследованию соответствующего фиктивного течения идеальной несжимаемой жидкости. Рассмотрим плоское установившееся течение идеальной несжимаемой жидкости в части плоскости  $z = x + iy$ , огра-

ниченной кривой  $L = \bigcup_{n=1}^4 L_{nz}$ , где  $L_{1z}$ ,  $L_{3z}$  - полигоны,  $L_{2z}$  - криволинейная дуга,  $L_{4z}$  - свободная граница, скорость на которой определяется соотношением (2). Точкам полигонов  $L_{1z}$ ,

$L_{3z}$ , в которых скачком меняется направление вектора скорости, соответствуют точки  $z_k$  ( $k = \overline{1, M}$ )

Введем вспомогательное комплексное переменное  $u = \xi + i\eta$ , изменяющееся в области  $D_u$  - прямоугольнике со сторонами  $\pi/2$  и  $\pi|\tau|/4$  ( $\tau = i|\tau|$ ). Пусть границам

$L_{nz}$  ( $n = 1, 4$ ) течения соответствуют границы  $L_{nu}$  ( $n = 1, 4$ ) прямоугольника и  $L_{nu}$  ( $n = 1, 3$ ) - вертикальные стороны, а  $L_{nu}$  ( $n = 2, 4$ ) - горизонтальные стороны прямоугольника.

Для решения задачи будем искать функцию  $z(u)$ , конформно отображающую прямоугольник  $D_u$  на область течения. Чтобы построить  $z(u)$ , достаточно найти производную ком-

плексного потенциала  $W(u)$  в плоскости переменной  $u$  и функцию Жуковского [1]

$$\chi(u) = \ln \left( \frac{1}{V_0} \frac{dW}{dz} \right) r - i\theta, \quad r = \ln \left( \frac{V}{V_0} \right), \quad (4)$$

где  $V$  - модуль скорости,  $\theta$  - угол наклона вектора скорости к оси абсцисс,  $V_0$  - значение скорости в точке  $A$ . Затем с помощью параметрической зависимости

$$\frac{dz(u)}{du} = \frac{\exp(-\chi(u))}{V_0} \frac{dW}{du} \quad (5)$$

можно найти все необходимые геометрические характеристики течения, в частности, координаты точек свободной границы.

Функцию  $W(u)$  можно определить с помощью конформного отображения [4] области  $D_u$  на область изменения комплексного потенциала  $W(u)$ , которая представляет полосу, полуполосу или прямоугольник в зависимости от

наличия электроизолированных участков, линий симметрии. Если область изменения функции  $W(u)$  представляет полосу, производная  $dW/du$  легко определяется с помощью метода Чаплыгина [1].

Будем искать функцию  $\chi(u)$  в виде:

$$\chi(u) = \chi_*(u) + \Omega_1(u) + \Omega_2(u), \quad (6)$$

где  $\chi_*(u) = r_*(u) - i\theta_*(u)$  - функция Жуковского для фиктивного течения.

Функция  $\chi_*(u)$  удовлетворяет на границе области  $D_u$  следующим условиям:

$$\theta_*(u) = \theta(u), \quad u \in L_{1u},$$

$$\theta_*(u) = \delta_1, \quad u \in L_{2u},$$

$$\theta_*(u) = \theta(u) + \delta_1 - \delta_2, \quad u \in L_{3u},$$

$$r_*(u) = 0, \quad u \in L_{4u}$$

и легко находится [1].

Неизвестные функции  $\Omega_k(u) = v_k(u) + i\varepsilon_k(u)$ , ( $k=1,2$ ) находятся из решения краевой задачи, полученной при сравнении граничных условий для функций  $\chi(u)$  и  $\chi_*(u)$ . Далее используется методика, предложенная в работе [5].

В качестве примера решены две задачи обработки катодом - инструментом с криволинейным участком границы, в одной из которых катод имеет периодическую структуру.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. - Москва, 1961. - 536 с.
2. Давыдов А.Д., Козак Е. Высокоскоростное электрохимическое формообразование. - Москва: Наука, 1990. - 272 с.
3. Клоков В.В., Костерин А.В., Нужин М.Т. О применении обратных краевых задач в

теории электрохимической размерной обработки. // Труды семинара по краевым задачам. Казань: изд-во КазГУ.-1972. - Вып. 9., С. 132-140.

4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - Москва: Наука, 1987. - 355 с.

5. Котляр Л.М. Об одном случае струйного течения идеальной жидкости / Котляр Л.М. // Известия вузов. Математика. - 1976.- №2.

#### СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НАЛИЧИИ НЕДОСТУПНЫХ ТОЧЕК ПО ПЕРИМЕТРУ СЕЧЕНИЯ

Новиков Б.А.

Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет  
Комсомольск-на-Амуре, Россия

При изготовлении оболочек вращения осуществляется контроль формы поперечных