

УДК 530.1.076

**РАБОТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПРИ СКОЛЬЖЕНИИ ТЕЛА ПО НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ**

**Иванов Е.М.**

*Димитровградский институт технологии, управления и дизайна*

**При скольжении тела по гладкой наклонной плоскости суммарная работа, совершаемая силой тяжести, зависит от угла  $\alpha$ , образованного наклонной плоскостью с горизонтом. Чем меньше угол наклона, тем больше совершаемая работа, т.к. работа пропорциональна квадрату импульса силы. При наличии трения в случае самопроизвольного скольжения (коэффициент трения  $\mu < \text{tg}\alpha$ ) работа силы тяжести возрастает при увеличении  $\mu$ .**

В курсах физики [1] определена работа силы тяжести, которую она совершает при переходе материальной точки из положения 1 в положение 2 вдоль прямолинейного отрезка 12 (рис. 1). Примером

может служить скольжение без трения материальной точки по гладкой наклонной поверхности. Работа силы тяжести

$$A_{12} = mgS \cos \beta \quad \text{или} \quad A_{12} = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2 \quad (1)$$

где  $h_1$  и  $h_2$  – высоты, на которых находилась материальная точка в начале и конце пути, отсчитанные от какого-либо произвольного уровня, например, от земной поверхности или от уровня моря. Формула (1) остается справедливой и при перемещении вдоль произвольной кривой. Из этого делается вывод, что работа силы тяжести не зависит от формы пути и определяется только начальным и конечным

положениями перемещающейся материальной точки. Силы, работа которых не зависят от формы траектории, называются потенциальными (консервативными). Если одно из положений материальной точки принять за нулевое, то работа, совершаемая консервативными силами при переходе системы из рассматриваемого положения в нулевое, определяет потенциальную энергию

$$dA = (\vec{F} d\vec{r}) = -d\Pi \quad \text{или} \quad A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 \quad (2)$$

Соотношение (2) является одним из основных заблуждений классической механики. В самом деле, потенциальная энергия – это энергия статического состояния, а работа может совершаться по разным траекториям и на ее совершение

может затрачиваться различное время, т.е. импульс силы может иметь разные значения. В работах [2-4] показано, что в общем случае работа, совершаемая силой (производство энергии), пропорциональна квадрату импульса силы

$$A = I^2 / 2m, \quad \text{где} \quad I = \int_0^t F(t) dt \quad (3)$$

И только в частном случае для результирующей силы  $F_a$ , вызывающей ускоренное (или замедленное) движение тела в соответствии со вторым законом Ньюто-

на  $F_a = \sum F_i = ma$ , работа может быть определена общепринятой формулой:

$$A_a = \frac{F_a^2 t^2}{2m} = F_a S, \quad \text{т.к.} \quad a = \frac{F_a}{m} \quad S = \frac{at^2}{2} = \frac{F_a t^2}{2m} \quad (4)$$

Для других сил работа должна определяться только по формуле (3). Выражение (1) определяет работу только одной составляющей силы тяжести

$F_a = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$ , откуда  $a = F_a/m = g \sin \alpha$ ;  $t_k^2 = 2S/a = 2h/g \sin^2 \alpha$  – время скольжения,  $V_k = \sqrt{2gh}$  – конечная скорость, равная конечной скорости при свободном падении тела.

Работа второй составляющей силы тяжести  $N = mg \cos \alpha$  считается равной нулю на основании того, что она перпен-

дикулярна плоскости скольжения, а  $\cos 90^\circ = 0$ . На самом же деле, если сила действует на тело, то «работают» все составляющие силы, «неработающих» сил не бывает. Если тело находится на опоре (рис. 2в), то деформировано (причем неравномерно по высоте) от действия нормальной реакции опоры, а сама опора (наклонная плоскость) деформирована в области места контакта от действия силы  $N$ . По мере скольжения тела вниз, смещается вниз и место деформации. Работа, совершаемая силой  $N$ :

$$A_N = N^2 t_k^2 / 2m = mgh \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha \quad (5)$$

Поскольку силы  $N$  и  $F_a$  ортогональны, то работы этих сил аддитивны, т.е.

$$A_\Sigma = A_a + A_N = mgh(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = mgh / \sin^2 \alpha \quad (6)$$

или

$$A_\Sigma = \frac{P^2 t_k^2}{2m} = \frac{m^2 g^2 t_k^2}{2m} = \frac{mgh}{\sin^2 \alpha} \quad (7)$$

Зависимость суммарной работы  $A_\Sigma$  в долях потенциальной работы  $\Pi = mgh$  от угла наклона плоскости  $\alpha$  дана на графике (рис. 3). Из графика следует, что чем меньше угол  $\alpha$ , тем больше работа  $A_\Sigma$ , совершаемая силой тяжести, только при углах, близких к  $90^\circ$  (вертикаль)  $A_\Sigma \rightarrow mgh$ .

$$E = K + \Delta U \quad (8)$$

где  $E = P^2 t_k^2 / 2m$  – производство энергии импульсом силы тяжести,  $K = mV^2 / 2$  – работа импульса силы

складываются арифметически. Тогда суммарная работа тяжести будет равна

Во что превращается работа силы  $N$ ? При смещении места контакта вниз, ранее упруго деформированная часть опоры начинает совершать упругие колебания, которые быстро затухают вследствие дисперсии и внутреннего трения, переходя во внутреннюю энергию (происходит нагрев поверхности контакта). Таким образом, соотношение (6) можно представить в виде первого закона термодинамики

$F_a$ ,  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии за счет действия импульса силы  $N$ .

Если наклонная плоскость шероховата, то движение происходит с некоторым коэффициентом трения  $\mu$ . Будем рассматривать случай самопроизвольного скольжения тела ( $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ ). В этом случае равноускоренное скольжение вниз будет происходить под действием силы  $F_a = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ . Время скольжения

$$t_K^2 = \frac{2S}{a} = \frac{2h}{a \sin \alpha} = \frac{2h}{g \sin^2 \alpha (1 - \mu / \operatorname{tg} \alpha)} \quad (9)$$

Работа, совершаемая силой тяжести, при скольжении с трением по наклонной поверхности

$$A_{\Sigma}^T = \frac{m^2 g^2 t_K^2}{2m} = \frac{mgh}{\sin^2 \alpha (1 - \mu / \operatorname{tg} \alpha)} \quad (10)$$

При коэффициенте трения  $\mu = 0$  при отсутствии трения в зависимости от получаем соотношение (7). На графике отношения  $\mu / \operatorname{tg} \alpha$ . Эти же величины (рис.4.) показана зависимость отношения приведены в таблице 1. работы  $A_{\Sigma}^T$  к работе силы тяжести  $A_{\Sigma}$

Таблица 1.

$\mu / \operatorname{tg} \alpha$	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
$A_{\Sigma}^T / A_{\Sigma}$	1	1,25	1,667	2	2,5	3,33	5	10	20

Скорость тела в конце наклонной плоскости:

$$V_K^2 = 2gh(1 - \mu / \operatorname{tg} \alpha) \quad (11)$$

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:.**

<p>1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том 1. Механика. – М.: Наука, 1989.</p> <p>2. Иванов Е.М. Работа и энергия в классической механике и I закон термодинамики // Фундаментальные исследования, №8, 2005, с.11.</p>	<p>3. Иванов Е.М. Работа при движении тел с трением // Фундаментальные исследования, №6, 2005, с.10.</p> <p>4. Иванов Е.М. Определение работы и работа силы трения // Успехи современного естествознания, №8, 2005, с.10.</p>
---	---

**Work of a gravity at sliding a body on an inclined plane**

Ivanov E.M.

*Dimitrovgrad institute of technology, management and design*

At sliding a body on a smooth inclined plane the total work made by a gravity, depends on a corner  $\alpha$  formed by an inclined plane with horizon. The corner of an inclination, the more made work since work is proportional to a square of a pulse of force is less. At presence of friction in case of spontaneous sliding (factor of friction  $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ ) work of a gravity grows at increase  $\mu$ .