

*Материалы общероссийской научной конференции с международным участием*

*Успехи современного естествознания*

*Физико-математические науки*

**О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ  
ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАНЕТЫ**

Байрашев К.А., Абашев А.Р.

*Сургутский институт нефти и газа ТюмГНГУ,*

*Сургутский государственный*

*педагогический университет,*

*Сургут*

В статьях [1,2] дано решение задачи Коши о движении материальной точки вблизи поверхности планеты без учета сопротивления атмосферы.

Это решение имеет вид:

$$x = x_0 + u_{0x} \cdot t - \frac{gt^2}{4} \cdot \sin 2j - \frac{\sin j}{2\omega} \cdot \left[ \left( u_{0y} - \frac{g \cos j}{2\omega} \right) \cdot (1 - \cos 2\omega t) + \left( u_{0x} \cdot \sin j + u_{0z} \cdot \cos j \right) \cdot (2\omega t - \sin 2\omega t) \right], \quad (1)$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2\omega} \left[ gt \cos j + \left( u_{0y} - \frac{g \cos j}{2\omega} \right) \cdot \sin 2\omega t + \left( u_{0x} \cdot \sin j + u_{0z} \cdot \cos j \right) \cdot (1 - \cos 2\omega t) \right] \quad (2)$$

$$z = z_0 + u_{0z} \cdot t + \frac{gt^2}{2} \sin^2 j - \frac{\cos j}{2\omega} \cdot \left[ \left( u_{0y} - \frac{g \cos j}{2\omega} \right) \cdot (1 - \cos 2\omega t) + \left( u_{0x} \cdot \sin j + u_{0z} \cdot \cos j \right) \cdot (2\omega t - \sin 2\omega t) \right]. \quad (3)$$

где  $x_0, y_0, z_0, x, y, z$  – начальные и текущие координаты точки, расположенной в Северном полушарии;  $t$  – время;  $\omega$  – угловая скорость планеты;  $j$  – географическая широта;  $g$  – ускорение свободного падения,  $u_{0x}, u_{0y}, u_{0z}$  – проекции начальной скорости; ось  $x$  направлена по касательной к меридиану на север, ось  $y$  – по параллели на восток, ось  $z$  – по отвесу вниз.

В тех же работах [1,2] начат анализ полученного решения. В докладе излагаются новые результаты в этом направлении. Численные расчеты по формулам (1)-(3) показали, что когда начальная скорость направлена на запад ( $u_{0y} < 0, u_{0x} = u_{0z} = 0$ ), то точка падает по спиралеподобной траектории, поворачиваясь вправо. Сказанное справедливо для планет, направление вращения которых такое же, как у Земли.

Приводится сравнение точного решения (1)-(3) с приближенным решением, полученным в виде разложения в ряд.

Показано, что, опираясь на (1)-(3), можно сформулировать задачу нахождения оптимальной траектории точки в зависимости от величины и направления начальной скорости.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРА**

1. Байрашев К.А. К задаче о влиянии вращения Земли на движение материальной точки (в печати).

2. Байрашев К.А. Оценка влияния вращения планет на движение материальной точки вблизи их поверхностей (в печати).

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС  
ФРАКТАЛЬНЫХ ФИГУР**

Байрашев К.А., Рекотов Р.А., Байрашева В.К.

*Сургутский институт нефти и газа ТюмГНГУ, Сургут,*

*Санкт-Петербургская государственная медицинская академия имени И.И. Мечникова, Санкт-Петербург*

**1. Введение**

В настоящее время отмечается возрастающий интерес к фракталам – структурам, состоящим из частей, которые в определенном смысле подобны друг другу. Фрактальная самоподобность достаточно широко распространена. Примерами из области медицины служат строение легких, ветвление кровеносных сосудов. Рассматривая нервные клетки через микроскоп с небольшим увеличением, можно увидеть отходящие от тела клетки разветвленные отростки. При большем увеличении обнаруживаются еще меньшие ответвления, отходящие от крупных ветвей и т.д.

Фракталы принято делить на идеальные и реальные [1]. Идеальные фракталы получают путем построения с использованием компьютерной графики. При переходе от одного этапа построения к следующему фракталы меняют длину, площадь или объем. А что происходит при этом с центром масс, если считать, что это важное понятие механики применимо и к фракталам, как к последовательности изменяющихся однородных тел?

В работе определяются центры масс (тяжести) некоторых идеальных фракталов.

**2. Центр масс кривой Коха**

Кривая Коха хорошо известна [1,2]. Она имеет вертикальную ось симметрии, следовательно, центр масс находится на этой оси. Обозначим ее  $Oy$ . Начало оси находится в середине начального горизонтально-го отрезка единичной длины. Длина кривой Коха на

$k$ -ом этапе построения равна  $L^{(k)} = \left(\frac{4}{3}\right)^k$ ,  $k =$

$0, 1, 2, \dots$  Пусть  $y_c$  – искомая ордината центра масс  $S$  кривой Коха при  $k \rightarrow \infty$ ,  $y_c^{(k)}$  – ордината центра масс фрактальной линии на  $k$ -ом этапе. Легко найти, что

$y_c^{(1)} = \frac{h}{4}$ , где  $h$  высота равностороннего треугольника со стороной  $\frac{1}{3}$ , т.е.  $h = \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Можно доказать, что

величина  $y_c^{(k)}$  равна сумме первых  $k$  членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии со

знаменателем  $\frac{1}{4}$ , а именно:  $y_c^{(k)} = \frac{h}{4} + \frac{h}{4^2} + \dots + \frac{h}{4^k}$ .

Следовательно, получаем  $y_c = \lim_{k \rightarrow \infty} y_c^{(k)} = \frac{h}{3}$ . Отсюда

видно, что центр масс кривой Коха при  $k \rightarrow \infty$  совпадает с центром масс некоторого равнобедренного треугольника высоты  $h$ , площадь заполненного однородной массой. Можно дать две интерпретации полученного результата с учетом бесконечности предельной длины кривой Коха.

### 3. Центр масс кривой Пеано

Начальным элементом этой кривой является П-образная фигура, состоящая из трех однородных отрезков одинаковой плотности и единичной длины. Кривая Пеано также имеет вертикальную ось симметрии, которую обозначим  $Oy$ . Начало оси  $Oy$  располагаем в центре квадрата, который стремится занять кривая Пеано при  $k \rightarrow \infty$ . Можно доказать, что

$$y_c^{(k)} = \frac{1}{2^k(1+2^k)}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$y_c = \lim_{k \rightarrow \infty} y_c^{(k)} = 0.$$

### 4. Центры масс “веточки” и треугольника (ковра) Серпинского

4.1 “Веточка” строится следующим образом. Исходный отрезок, считающийся расположенным вертикально, делится на 3 равные части. Вдоль отрезка с началом в его середине направляем вертикально вверх ось  $Oy$ . Из точек деления отрезка под углом  $45^\circ$ , отсчитываемым от положительного направления оси  $y$ , по разные стороны от нее проводим отрезки, уменьшенные втрое по сравнению с исходным. При этом образуются 5 отрезков одинаковой длины. Повторить процедуру по отношению к этим и вновь образуемым отрезкам можно многократно, до бесконечности. Разумеется, что угол в  $45^\circ$  каждый раз отсчитывается от того отрезка, из двух точек которого в разные стороны проводятся уменьшенные отрезки.

Легко видеть, что ось  $y$  является осью материальной симметрии. Принимая длину исходного отрезка за единицу, нетрудно найти, что  $y_c^{(0)} = 0$ ;

$$y_c^{(1)} = \frac{\sqrt{2}}{30}; \quad y_c^{(2)} = \frac{1}{25} \left( \frac{1}{9} + \sqrt{2} \right).$$

что последовательность  $\{y_c^{(k)}\}$  является монотонно возрастающей и ограниченной сверху. Следовательно, она имеет предел.

4.2 Для ковра Серпинского [2] центр масс не зависит от номера  $k$  последовательности  $\{y_c^{(k)}\}$  и находится в точке пересечения медиан исходного однородного равностороннего треугольника. В отличие от рассмотренных фрактальных кривых, предельные длины которых бесконечны, следовательно, при конечной линейной плотности неограничены массы, у ковра Серпинского масса исчезает вследствие стремления предельной площади к нулю.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

1. Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. Моделирование процессов нефтегазодобычи. Нелинейность, неравновесность, неопределенность. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 368 с.
2. Ричард М. Кроновер. Фракталы и хаос в динамических системах. Москва: Постмаркет, 2000. – 352с.

### НОВЫЙ ПОДХОД К ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ЛОРЕНЦА И АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Беляев В.М.

Томский политехнический университет,  
Томск

Специальная теория относительности (СТО) базируется на принципе относительности и преобразованиях Лоренца (ПЛ), в основу которых положен постулат постоянства скорости света  $c$  в пустоте. При преподавании физики и философии мало внимания уделяется критике СТО и поиску альтернативных преобразований, несмотря на такие философские противоречия, как отказ от одновременности событий в разных инерциальных системах отсчета (ИСО), игнорирующий принцип сосуществования в них объединенного множества каких-либо материальных объектов, и отказ от материальности пространства.

Эйнштейн в своих публикациях [1, 2] выводит ПЛ из условия эквивалентности уравнений движения “светового луча” в двух ИСО  $S$  и  $S'$  (одна из которых движется относительно другой со скоростью  $v$ ) и уравнений линейной связи декартовых координат и времени движения “светового луча” в этих ИСО. При решении данной системы уравнений второго порядка он рассматривает не все ее корни. Анализ полного решения в анонсируемой работе показывает, что этой системе эквивалентных уравнений удовлетворяют восемь пар корней, представляющих собой координаты

$(x'_{i,j}, y'_{i,j}, z'_{i,j})$  и модули  $r'_{i,j}$  фокальных радиус-векторов  $\vec{r}'_{i,j}$  восьми точек  $M_k$  эллипсоида, расположенных в разных октантах. Эллипсоид имеет эксцентриситет  $\beta = v/c$ , вытянут вдоль линии движения и описан вокруг сферы с радиусом  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Выражения  $r'_{1,2} = k(r \pm \beta x)$ ,  $x'_{1,2} = k(x \pm \beta r)$ ,  $y'_{1,2} = y$ ,  $z'_{1,2} = z$ ,

где  $k = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ , определяющие в масштабе покоящейся ИСО модули и координаты фокальных радиус-векторов точки  $M_1$  первого октанта через модуль и координаты радиус-вектора точки  $M(x, y, z)$  сферы, определяют и время движения светового сигнала вдоль этих фокальных радиус-векторов, так как