где $\tilde{m}(s)$, $\tilde{n}(s)$ – сигнал управления и обобщенный выход системы (6), расширенной с помощью дополнительно вводимого полинома $D(s)$.

Таким образом, первое условие гиперустойчивости системы (6) формирует требования относительно параметров эталонного упредителя и полинома $D(s)$, и наиболее просто может быть разрешено при выполнении частотного неравенства вида

$$\mathrm{Re}W_{лсч}(jw)^{-1} > 0, \ \ \forall w \geq 0. \qquad (9)$$

Второе условие гиперустойчивости (8) помогает синтезировать алгоритмы самонастройки регулятора (2), которые в нашем случае будут иметь вид:

$$\begin{aligned} &\frac{dc_{1i}(t)}{dt} = a_{1i} \cdot \tilde{n}(t) \cdot \hat{y}_i(t), \ a_{1i} = const > 0, \ \ i = \overline{1,n}, \\ &\frac{dc_2(t)}{dt} = a_2 \cdot \tilde{n}(t) \cdot \hat{u}(t-h), \ a_2 = const > 0, \\ &\frac{dc_{3i}(t)}{dt} = a_{3i} \cdot \tilde{n}(t) \cdot \hat{y}_i(t-t), \ a_{3i} = const > 0, \end{aligned} \qquad (10)$$

где $\hat{y}(t)$ и $\hat{u}(t-h)$ – расширенный сигнал выхода соединения «объект + фильтр» и расширенный сигнал управления.

Согласно критерию гиперустойчивости при выполнении условий (8), (9) гарантируется не только устойчивость эквивалентно преобразованной системы, но и устойчивость исходной системы (1)-(4), (7), (10) – что и требовалось получить.

Если теперь от синтезированной непрерывной системы управления перейти к ее дискретному аналогу, то окончательно получим следующую гибридную адаптивную систему управления непрерывным объектом (1):

$$\begin{aligned} &u_k = r_k + J_k, \quad J_k = c_{1,k}^T \cdot \bar{y}_k + \\ &+ c_{2,k} \cdot u_{k-j_1} + c_{3,k}^T \cdot \bar{y}_{k-j_2}, \end{aligned} \qquad (11)$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_{м,k+1} = \tilde{A}_{м,k} \cdot \tilde{x}_{м,k} + \tilde{\Lambda}_{м,k} \cdot \tilde{x}_{м,k-j_2} + \tilde{B}_{м,k} \cdot y_k, \\ y_k = \left[u_{k-j_1} - J_k\right], \quad \tilde{y}_{м,k} = \tilde{L}_{м,k}^T \cdot \tilde{x}_{м,k}, \end{cases} \qquad (12)$$

$$W_ф(z) = \frac{g(z)}{c(z)}, \qquad (13)$$

$$\begin{cases} c_{1i,k} = c_{1i,k-1} + a_{1i,k} \cdot \tilde{n}_k \cdot \hat{y}_{i,k}, \ a_{1i,k} = const > 0, \ \ i = \overline{1,n}, \\ c_{2,k} = c_{2,k-1} + a_{2,k} \cdot \tilde{n}_k \cdot \hat{u}_{k-j_1}, \ a_{2,k} = const > 0, \\ c_{3i,k} = c_{3i,k-1} + a_{3i,k} \cdot \tilde{n}_k \cdot \hat{y}_{i,k-j_2}, \ a_{3i,k} = const > 0, \end{cases} \qquad (14)$$

$$\begin{aligned} &\tilde{v}_k = \bar{v}_k + \bar{\bar{v}}_k, \quad \bar{v}_k = \tilde{y}_{м,k} - y_k, \quad \bar{\bar{v}}_k = \\ &= k_м \frac{D(z)}{\tilde{a}_м(z)} \cdot q(z) \end{aligned}, \qquad (15)$$

$$\begin{cases} q(z) = D^{-1}(z) \cdot c_{1,k}^T \cdot \bar{y}_k - c_{1,k}^T \cdot \hat{y}_k + \\ \quad + D^{-1}(z) \cdot c_{2,k} \cdot u_{k-j_1} - c_{2,k} \cdot \hat{u}_{k-j_1} + \\ \quad + D^{-1}(z) \cdot c_{3,k}^T \cdot \bar{y}_{k-j_2} - c_{3,k}^T \cdot \hat{y}_{k-j_2}, \\ \hat{y}_k = D^{-1}(z) \cdot \bar{y}_k, \quad \hat{u}_k = D^{-1}(z) \cdot u_{k-j_1}, \\ \hat{y}_{k-j_2} = D^{-1}(z) \cdot \bar{y}_{k-j_2}, \end{cases} \qquad (16)$$

где z – переменная Z-преобразования; $t_k = k \cdot l$ – дискретный аналог времени; $l = const > 0$ – шаг дискретизации; $k = 0,1,2...$ – номер шага.

Полученная таким образом дискретная система адаптивного управления (1), (11)-(16) может быть использована при управлении объектами, обладающими запаздываниями по состоянию и управлению. Предлагаемый в работе подход к решению проблемы гиперустойчивости позволяет получить систему адаптивного управления минимальной структурной сложности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Landau I.D. Adaptive control systems: the model reference approach. - N.Y.: Marsel Dekker, 1979. 406 p.

2. Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем. М.: Наука. 1981.

3. Еремин Е.Л. Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя //Информатика и системы управления. 2005. № 1(9). С. 122-128.

4. Еремин Е.Л. Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью //Электронный журнал «Дифференциальные уравнения и процессы управления», №3, 2001, http://www.neva.ru/journal.

АНАЛИЗ ИНТЕРВАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНЫХ ФУНКЦИЙ

Колков Д.А.

Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставрополь

Основным интервальным методом поиска глобального экстремума многомерной функции является метод ветвей и границ [1, 2, 3, 5]. Метод начинает работу с определения нижней и верхней границ для исходной задачи. Если верхняя и нижняя границы совпадают, то полученный результат является оптимальным значением, и метод прекращает работу. Иначе, множество переменных разбивается на несколько собственных подмножеств, объединение которых совпадает с исходным множеством. Эти подзадачи становятся потомками исходной. Далее алгоритм применяется рекурсивно к каждой из подзадач, создавая дерево подзадач. Если оптимальное решение найдено для некоторой подзадачи, то оно является достижимым для исходной задачи (не обязательно опти-

мальным), но так как оно достижимо, его можно использовать для обрезания ветвей у исходного дерева. Процесс поиска продолжается до тех пор, пока каждая из подзадач не будет решена или выкинута или до тех пор, пока не будет достигнут заданный порог между лучшим из найденных решений и нижней границей *f(x)* для всех нерешенных задач.

Описание алгоритма:

Нулевой шаг – вычисление нижней границы $x(G)$ множества решений G : $x(G) = x(G^{(0)})$.

Если при этом удается найти такой план x_0, что $f(x_0) = x(G^{(0)})$, то x_0 – оптимальный план. Если оптимальный план x_0 не найден, то некоторым способом разбивают множество $G^{(0)}$ на конечное число непересекающихся подмножеств $G_1^{(1)}, G_2^{(1)}, ..., G_{r_1}^{(1)}$, таких что $G^{(0)} = G_1^{(1)} \cup G_2^{(1)} \cup ... \cup G_{r_1}^{(1)}$ и переходят к первой итерации.

Первая итерация – вычисляют оценки $x(G_i^{(1)})$ при $i = 1, 2, ..., r_1$. Если удается найти такой план x_0, что $x_0 \in G_r^{(1)} (1 \le r \le r_1)$ и $f(x_0) = x(G_r^{(1)}) \le x(G_i^{(1)})$ при $i = 1, 2, ..., r_1$, то x_0 – оптимальный план. В противном случае для дальнейшего разбиения выбирают наиболее перспективное множество $G_v^{(1)}$ по следующему правилу: $x(G_v^{(1)}) = \min_i x(G_i^{(1)})$.

Разбивают множество $x(G_v^{(1)})$ на несколько подмножеств $x(G_v^{(1)}) = \bigcup_i^{r_1} x(G_{v,i}^{(1)})$. Еще не подвергавшиеся разбиению множества переобозначают $G_1^{(2)}, G_2^{(2)}, ..., G_{r_2}^{(2)}$ и переходят ко второй итерации.

k-ая итерация – вычисляют оценки $x(G_i^{(k)})$ при $i = 1, 2, ..., r_k$. Если удается найти такой план x_0, для которого $f(x_0) = x(G_r^{(k)}) \le x(G_i^{(k)})$ для всех $i = 1, 2, ..., r_k$, то x_0 – оптимальный план. Если же оптимальный план не найден, то снова выбирают наиболее перспективное множество $G_v^{(k)}$ такое, что $x(G_v^{(k)}) = \min_i x(G_i^{(k)})$.

Далее разбивают множество $G_v^{(k)}$ на несколько подмножеств $x(G_v^{(k)}) = \bigcup_i^{r_k} x(G_{v,i}^{(k)})$ и переходят к $(k+1)$–й итерации.

Суть работы метода Хансена [1, 4] заключается в последовательном удалении из начальной области подобластей, в которых не содержится глобальный минимум. Удаление происходит одним из ниже перечисленных способов:

- Удаляются подобласти, в которых градиент g функции f отличен от нуля.
- Удаляются подобласти, в которых $f > \bar{f}$, где $\bar{f}$ – верхняя оценка глобального минимума.
- Удаляются подобласти, в которых функция f невыпукла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долгов Ю.Г. Метод глобальной оптимизации на основе метода ветвей и границ.
2. Nemhauser G.L., Wolsey L.A. Integer combinatorial optimization. - New York: Wiley.
3. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации. Учебное пособие. Таганрог 2004.
4. Hansen E., Global Optimization Using Interval Analysis. - New York: Dekker, 1992.
5. http://iasa.org.ua/iso.php?lang=rus&ch=4&sub=3.

НАПРАВЛЕННЫЙ ПОИСК ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНЫХ ФУНКЦИЙ

Чипига А.Ф., Колков Д.А.
Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставрополь

Для осуществления направленного поиска глобального экстремума многомерной функции применимы градиентные методы [1, 4]. Они используют только первые производные целевой функции и являются методами линейной аппроксимации на каждом шаге, т.е. целевая функция на каждом шаге заменяется касательной гиперплоскостью к ее графику в текущей точке.

На *k*-м этапе градиентных методов переход из точки X^k в точку X^{k+1} описывается соотношением $X^{k+1} = X^k + l^k \cdot S^k$, где l^k - величина шага, S^k - вектор в направлении $X^{k+1} \to X^k$.

Способ определения l^k и S^k на каждой итерации связан с особенностями применяемого метода. Обычно выбор l^k осуществляется путем решения задачи минимизации целевой функции ($f(X)$) в направлении S^k. Поэтому при реализации градиентных методов необходимо использовать эффективные алгоритмы одномерной минимизации.

В основе простейшего градиентного метода [2] лежит следующая итерационная модификация формулы:

$X^{k+1} = X^k - a \cdot \nabla f(X^k)$, где a - заданный положительный коэффициент; $\nabla f(X^k)$ - градиент целевой функции первого порядка.

Недостатки:

- необходимость выбора подходящего значения a ;
- медленная сходимость к точке минимума ввиду малости $\nabla f(X^k)$ в окрестности этой точки.