Фундаментальные и прикладные проблемы математики

ГИБРИДНЫЕ СИСТЕМЫ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЭТАЛОННЫМ УПРЕДИТЕЛЕМ

Еремин Е.Л., Теличенко Д.А.
Амурский государственный университет, Благовещенск

Теория гиперустойчивости как прикладная задача математики нашла большое применение при решении задач синтеза дискретных адаптивных систем управления. Синтез, проводимый в рамках критерия гиперустойчивости, условно разбивается на ряд этапов, каждый из которых хорошо формализован и имеет самостоятельное решение [1].

Рассмотрим подробно задачу синтеза дискретной адаптивной системы управления непрерывным объектом, обладающим запаздываниями по состоянию и управлению. При решении данной задачи удобно воспользоваться результатами метода непрерывных моделей [2]. Согласно этому методу первоначально синтез рассматривается относительно непрерывной системы. В последствии, от полученных в непрерывном виде законов управления основного и дополнительного контуров осуществляется переход к их дискретному аналогу.

Пусть априорно неопределенный объект управления описывается следующими уравнениями пространства состояний:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A\cdot x(t) + \Lambda\cdot x(t-t) + B\cdot u(t-h), \quad y(t) = L^T\cdot x(t), \qquad (1)$$

где $x(t)\in R^n$; $y(t)\in R$; $l = n-m > 1$; m – порядок числителя передаточной функции объекта управления.

Скалярное управление сформируем следующим образом:

$$u(t) = r(t) + J(t), \quad J(t) = c_1^T(t)\cdot \bar{y}(t) + c_2(t)\cdot u(t-h) + c_3^T(t)\cdot \bar{y}(t-t), \qquad (2)$$

где $r(t)$ – задающие воздействие; $\bar{y}(t)$ – отфильтрованный выходной сигнал объекта (1), получаемый с помощью фильтра вида

$$W_\phi(s) = \frac{g(s)}{c(s)}, \qquad (3)$$

где $g(s)$, $c(s)$ – гурвицевы полиномы степени $n-1$.

Для компенсации запаздывания и задания желаемой динамики процессов управления в систему вводится явно-неявный эталонный упредитель [3]

$$\begin{gathered}\frac{d\tilde{x}_м(t)}{dt} = \tilde{A}_м\cdot\tilde{x}_м(t) + \tilde{\Lambda}_м\cdot\tilde{x}_м(t-t) + \tilde{B}_м\cdot y(t),\\ y(t) = [u(t-h) - J(t)], \quad \tilde{y}_м(t) = \tilde{L}_м^T\cdot\tilde{x}_м(t),\\ W_м(s) = \frac{\tilde{y}_м(s)}{y(s)} = \frac{\tilde{L}_м^T\left(s\cdot E - \tilde{A}_м - \tilde{\Lambda}_м\cdot e^{-t\cdot s}\right)^+\tilde{B}_м}{\det\left(s\cdot E - \tilde{A}_м - \tilde{\Lambda}_м\cdot e^{-t\cdot s}\right)} = \frac{k_м}{\tilde{a}_м(s)}\end{gathered} \qquad (4)$$

где $\tilde{x}_м(t)\in R^l$; $\tilde{y}_м(t)\in R$; $\tilde{a}_м(s)$ – гурвицев квазиполином степени l.

При этом минимальной форме представления эталонного упредителя (4) будет соответствовать явная форма записи, порядок уравнений в которой, соразмерен порядку объекта (1) [4].

Вводя в рассмотрение сигнал ошибки, сформированный относительно соединения объект управления + фильтр и эталонный упредитель + фильтр

$$e(t) = \bar{x}_м(t) - \bar{x}(t), \qquad (5)$$

где $\bar{x}_м(t)\in R^{2n-1}$, $\bar{x}(t)\in R^{2n-1}$ – переменные пространства состояния соответственно соединений «явный эталонный упредитель + фильтр» и «объект управления + фильтр», можно показать, что для системы (1)-(5) будет иметь место следующие эквивалентное математическое описание:

$$\begin{cases}\dfrac{de(t)}{dt} = \bar{A}_м\cdot e(t) + \bar{\Lambda}_м\cdot e(t-t) + \\ + \bar{B}_м\cdot m(t),\ \bar{n}(t) = g^T\cdot\bar{L}^T\cdot e(t), \\ m(t) = -\left[\begin{aligned}&\left(c_1(t) - c_{10}\right)^T\cdot\bar{y}(t) + \\ &+\left(c_2(t) - c_{20}\right)\cdot u(t-h) + \end{aligned}\right. \\ \left. + \left(c_3(t) - c_{30}\right)^T\cdot\bar{y}(t-t)\right],\end{cases} \qquad (6)$$

где $\bar{A}_м, \bar{\Lambda}_м, \bar{B}_м, \bar{L}^T$ – матрицы и вектор соответствующей размерности, записанные относительно последовательного соединения явного эталонного упредителя и фильтра.

Проблема гиперустойчивости эквивалентной системы (6) решается путем выполнения следующих двух условий:

во-первых: передаточная функция линейной стационарной части системы (6):

$$W_{лсч}(s) = \frac{D(s)\cdot g^T\cdot\bar{L}^T\cdot(s\cdot E - \bar{A}_м - \bar{\Lambda}_м\cdot e^{-t\cdot s})^+\bar{B}_м}{\det(s\cdot E - \bar{A}_м - \bar{\Lambda}_м\cdot e^{-t\cdot s})} = k_м\frac{D(s)}{\tilde{a}_м(s)}, \qquad (7)$$

должна быть строго положительно-вещественная функция, где $D(s)$ – специально-вводимый в систему гурвицев полином, степени $l-1$;

во-вторых: должно обеспечиваться выполнение интегрального неравенства В.М. Попова вида:

$$h(0,t) = -\int_0^t \tilde{m}(s)\cdot\tilde{n}(s)ds \ge -g_0^2 = const, \quad \forall t\ge 0, \qquad (8)$$

где $\tilde{m}(s)$, $\tilde{n}(s)$ – сигнал управления и обобщенный выход системы (6), расширенной с помощью дополнительно вводимого полинома $D(s)$.

Таким образом, первое условие гиперустойчивости системы (6) формирует требования относительно параметров эталонного упредителя и полинома $D(s)$, и наиболее просто может быть разрешено при выполнении частотного неравенства вида

$$\mathrm{Re} W_{лсч}(jw)^{-1} > 0, \quad \forall w \geq 0 . \qquad (9)$$

Второе условие гиперустойчивости (8) помогает синтезировать алгоритмы самонастройки регулятора (2), которые в нашем случае будут иметь вид:

$$\begin{aligned} &\frac{dc_{1i}(t)}{dt} = a_{1i}\cdot\tilde{n}(t)\cdot\breve{y}_i(t),\ a_{1i} = const > 0,\ \ i = \overline{1,n}, \\ &\frac{dc_2(t)}{dt} = a_2\cdot\tilde{n}(t)\cdot\breve{u}(t-h),\ a_2 = const > 0, \\ &\frac{dc_{3i}(t)}{dt} = a_{3i}\cdot\tilde{n}(t)\cdot\breve{y}_i(t-t),\ a_{3i} = const > 0, \end{aligned} \qquad (10)$$

где $\breve{y}(t)$ и $\breve{u}(t-h)$ – расширенный сигнал выхода соединения «объект + фильтр» и расширенный сигнал управления.

Согласно критерию гиперустойчивости при выполнении условий (8), (9) гарантируется не только устойчивость эквивалентно преобразованной системы, но и устойчивость исходной системы (1)-(4), (7), (10) – что и требовалось получить.

Если теперь от синтезированной непрерывной системы управления перейти к ее дискретному аналогу, то окончательно получим следующую гибридную адаптивную систему управления непрерывным объектом (1):

$$\begin{aligned} &u_k = r_k + J_k, \quad J_k = c_{1,k}^T\cdot\bar{y}_k + \\ &+ c_{2,k}\cdot u_{k-j_1} + c_{3,k}^T\cdot\bar{y}_{k-j_2}, \end{aligned} \qquad (11)$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_{м,k+1} = \tilde{A}_{м,k}\cdot\tilde{x}_{м,k} + \tilde{\Lambda}_{м,k}\cdot\tilde{x}_{м,k-j_2} + \tilde{B}_{м,k}\cdot y_k, \\ y_k = \left[u_{k-j_1} - J_k\right], \quad \tilde{y}_{м,k} = \tilde{L}_{м,k}^T\cdot\tilde{x}_{м,k}, \end{cases} \qquad (12)$$

$$W_ф(z) = \frac{g(z)}{c(z)}, \qquad (13)$$

$$\begin{cases} c_{1i,k} = c_{1i,k-1} + a_{1i,k}\cdot\tilde{n}_k\cdot\breve{y}_{i,k},\ a_{1i,k} = const > 0,\ \ i = \overline{1,n}, \\ c_{2,k} = c_{2,k-1} + a_{2,k}\cdot\tilde{n}_k\cdot\breve{u}_{k-j_1},\ a_{2,k} = const > 0, \\ c_{3i,k} = c_{3i,k-1} + a_{3i,k}\cdot\tilde{n}_k\cdot\breve{y}_{i,k-j_2},\ a_{3i,k} = const > 0, \end{cases} \qquad (14)$$

$$\begin{aligned} &\tilde{v}_k = \bar{v}_k + \bar{\bar{v}}_k, \quad \bar{v}_k = \tilde{y}_{м,k} - y_k, \quad \bar{\bar{v}}_k = \\ &= k_м\,\frac{D(z)}{\tilde{a}_м(z)}\cdot q(z), \end{aligned} \qquad (15)$$

$$\begin{cases} q(z) = D^{-1}(z)\cdot c_{1,k}^T\cdot\bar{y}_k - c_{1,k}^T\cdot\breve{y}_k + \\ \quad + D^{-1}(z)\cdot c_{2,k}\cdot u_{k-j_1} - c_{2,k}\cdot\breve{u}_{k-j_1} + \\ \quad + D^{-1}(z)\cdot c_{3,k}^T\cdot\bar{y}_{k-j_2} - c_{3,k}^T\cdot\breve{y}_{k-j_2}, \\ \breve{y}_k = D^{-1}(z)\cdot\bar{y}_k, \quad \breve{u}_k = D^{-1}(z)\cdot u_{k-j_1}, \\ \breve{y}_{k-j_2} = D^{-1}(z)\cdot\bar{y}_{k-j_2}, \end{cases} \qquad (16)$$

где z – переменная Z-преобразования; $t_k = k\cdot l$ – дискретный аналог времени; $l = const > 0$ – шаг дискретизации; $k = 0,1,2...$ – номер шага.

Полученная таким образом дискретная система адаптивного управления (1), (11)-(16) может быть использована при управлении объектами, обладающими запаздываниями по состоянию и управлению. Предлагаемый в работе подход к решению проблемы гиперустойчивости позволяет получить систему адаптивного управления минимальной структурной сложности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Landau I.D. Adaptive control systems: the model reference approach. - N.Y.: Marsel Dekker, 1979. 406 p.

2. Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем. М.: Наука. 1981.

3. Еремин Е.Л. Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя //Информатика и системы управления. 2005. № 1(9). С. 122-128.

4. Еремин Е.Л. Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью //Электронный журнал «Дифференциальные уравнения и процессы управления», №3, 2001, http://www.neva.ru/journal.

АНАЛИЗ ИНТЕРВАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНЫХ ФУНКЦИЙ

Колков Д.А.

Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставрополь

Основным интервальным методом поиска глобального экстремума многомерной функции является метод ветвей и границ [1, 2, 3, 5]. Метод начинает работу с определения нижней и верхней границ для исходной задачи. Если верхняя и нижняя границы совпадают, то полученный результат является оптимальным значением, и метод прекращает работу. Иначе, множество переменных разбивается на несколько собственных подмножеств, объединение которых совпадает с исходным множеством. Эти подзадачи становятся потомками исходной. Далее алгоритм применяется рекурсивно к каждой из подзадач, создавая дерево подзадач. Если оптимальное решение найдено для некоторой подзадачи, то оно является достижимым для исходной задачи (не обязательно опти-