разработка, применение. №8-9, 2003. С. 10-16.

4. Калмыков И.А., Емельяненко С.В., Лисицын А.В. Устройство для вычисления сумм парных произведений в полиномиальной системе классов вычетов. Решение о выдаче патента (№ 2004101990/09(001852). Приоритет от 22.01.2004.

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОБНАРУЖЕНИЯ И КОРРЕКЦИЯ ОШИБОК В КОДЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ, БАЗИРУЮЩИХСЯ НА ВЫЧИСЛЕНИИ СИНДРОМА ОШИБКИ

Калмыков И.А., Хайватов А.Б., Сагдеев А.К.
Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставрополь

Проблема исследований: Одним из наиболее перспективных направлений обеспечения устойчивости к отказам является применение корректирующих кодов, обладающих свойством арифметичности. Использование полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет обнаруживать и корректировать ошибки в процессе функционирования непозиционного спецпроцессора (СП). Разработка новых методов обнаружения и исправления ошибок в кодах ПСКВ, базирующихся на вычислении синдрома ошибки, позволит повысить эффективность функционирования СП класса вычетов.

Решение проблемы: Повышенные требования к качеству решения задач, например цифровой обработки сигналов, предопределили новый этап в развитии математических моделей, обеспечивающих параллельную обработку. Среди таких систем особое место занимает полиномиальная система классов вычетов (ПСКВ), которая относится к параллельным вычислительным системам. В данной алгебраической системе, входные отсчеты $A(z)$, представленные в полиномиальной форме, приводятся к виду

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), \ldots, a_n(z)), \qquad (1)$$

где $a_i(z) \equiv A(z) \bmod p_i(z)$, $i = 1,2,...,n$.

Наряду с высоким быстродействием, обусловленным малоразрядностью остатков и модульностью вычислений, полиномиальная система классов вычетов обладает способностью обеспечивать устойчивость к отказам вычислительным системам, функционирующим в ПСКВ [1].

Среди методов обнаружения и коррекции ошибок в модулярных кодах особое место занимает метод, базирующийся на вычислении синдрома ошибок по контрольным основаниям [1,2]. В основу данного метода положено определение разности между значениями остатков $a_{k+1}(z), a_{k+2}(z),..., a_{k+r}(z)$ по контрольным основаниям полинома $A(z) = (a_1(z),..., a_k(z), a_{k+1}(z),..., a_{k+r}(z))$ и результатом вычисления остатков $a'_{k+1}(z), a'_{k+2}(z),..., a'_{k+r}(z)$ с использованием рабочих оснований. Математически данный метод можно представить:

$$\begin{cases} d_{k+1}(z) = \left|a_{k+1}(z) - a'_{k+1}(z)\right|^{+}_{p_{k+1}(z)} \\ \vdots \\ d_{k+r}(z) = \left|a_{k+r}(z) - a'_{k+r}(z)\right|^{+}_{p_{k+r}(z)} \end{cases} \qquad (2)$$

где $a'_j(z) = f(a_1(z),..., a_k(z))$; $j = k+1,..., k+r$; f – алгоритм вычисления остатков по рабочим основаниям.

В работе [1] представлен метод расширения системы оснований ПСКВ, а так же структура устройства, реализующего (2) в расширенном поле Галуа $GF(2^4)$. Основным достоинством данного метода является возможность организации параллельных вычислений с использованием нейронной сети (НС) прямого распространения.

В работе [3] представлено устройство, реализованное в нейросетевом базисе, осуществляющее процедуру поиска и исправления ошибок на основе расширения системы оснований.

Устройство функционирует следующим образом. На вход устройства для обнаружения и исправления ошибок в ПСКВ подается контролируемое число, представленное в полиномиальной форме:

$A(z)=(\alpha_1(z), \alpha_2(z),..., \alpha_k(z), \alpha_{k+1}(z), \alpha_{k+2}(z))$. (3)

Данный вектор $A(z)=(\alpha_1(z), \alpha_2(z),..., \alpha_k(z), \alpha_{k+1}(z), \alpha_{k+2}(z))$ записывается в регистр хранения. На вход первого блока вычисления синдрома подается

$A^1(z)=(\alpha_1(z), \alpha_2(z),..., \alpha_k(z), \alpha_{k+1}(z))$ (4)

с образованием на его выходе сигнала:

$\delta_1(z)=(\alpha_{k+1}(z)+\alpha^*_{k+1}(z)) \bmod p_{k+1}(z)$. (5)

При этом:

$\alpha^*_{k+1}(z)=\lambda^{(1)}_1\alpha_1(z)+ \lambda^{(1)}_2\alpha_2(z)+\ldots+ \lambda^{(1)}_k\alpha_k (z)$, (6)

где $\lambda^{(1)}_i$ - константы системы ПСКВ.

Одновременно с этим на входы второго блока вычисления синдрома с выходов регистра подается

$A^2(z)=(\alpha_1(z), \alpha_2(z),..., \alpha_k(z), \alpha_{k+2}(z))$, (7)

С образованием на выходе сигнала:

$\delta_2(z)=(\alpha_{k+2}(z)+ \alpha^*_{k+2}(z)) \bmod p_{k+2}(z)$. (8)

При этом:

$\alpha^*_{k+2}(z)= \lambda^{(2)}_1\alpha_1(z)+ \lambda^{(2)}_2\alpha_2(z)+\ldots+ \lambda^{(2)}_k\alpha_k (z)$, (9)

где $\lambda^{(2)}_i$ – константы системы.

Величины $\delta_1(z)$ и $\delta_2 (z)$ в двоичном виде поступают на входы блока памяти и выбирают оттуда соответствующую константу ошибки. Эта константа ошибки поступает в сумматор, где суммируется с искаженным *A(z),* представленном в непозиционном виде. Исправленное представление *A(z)* с выхода сумматора подается на выход устройства.

Выводы: Применение методов вычисления синдрома ошибки, базирующихся на расширении системы оснований ПСКВ, позволяет обеспечивать Надежную работу высокоскоростных параллельных вычислительных устройств в реальном масштабе времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с.

2. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований в расширенных полях Галуа/Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №6, 2003. с.61-68с.

3. Калмыков И.А., Хайватов А.Б., Никульников А.С. Устройство для обнаружения и исправления ошибок в полиномиальной системе класса вычетов. Решение о выдаче патента (№ 2004102274/09(002159). Приоритет от 26.01.2004. Бюл. №19 (II). с.568-569.

ПРИМЕНЕНИЕ НОРМИРОВАННОГО СЛЕДА ПОЛИНОМА ДЛЯ ПРОЦЕДУР ПОИСКА И КОРРЕКЦИИ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ

Калмыков И.А.
Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставрополь

Применение полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет не только повысить скорость работы вычислительных устройств, но и обеспечивать требуемый уровень надежности функционирования специализированных процессоров (СП) [1,2]. Рассматривая процедуры обнаружения и коррекции ошибок, нельзя не отметить возможность применения для данных процедур позиционной характеристики - нормированного следа.

Теорема. Если в системе ПСКВ, содержащей k информационных и r избыточных оснований, в результате нулевизации $A(z)$ получен нормированный след полинома

$$(0,0,0,\mathbf{K},0,g_{k+1}(z),g_{k+2}(z),...,g_{k+r}(z)), \quad (1)$$

то номер интервала, в который попадет ошибочный полином $A^*(z)$, равен:

$$l_{инт}(z)=\left|\sum_{j=k+1}^{k+r}R_j(z)g_j(z)\right|^+_{P_{конт}(z)}, \quad (2)$$

где $R_j(z)=\lfloor B_j(z)/P_{раб}(z)\rfloor$;

$$P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r}p_i(z).$$

Доказательство. Докажем в начале, что если хотя бы один $g_j(z)\neq 0$, где $j=k+1,..., k+r$, то полином $A^*(z)$ является запрещенным. Заменим произведение r избыточных оснований ПСКВ одним составным модулем $P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r}p_i(z)$. Тогда полином $A(z)=(a_1(z),a_2(z),...,a_{k+1}(z),...,a_{k+r}(z))$, примет вид:

$$A(z)=(a_1(z),a_2(z),...,a_k(z),a_{конт}(z)), \quad (3)$$

где $A(z)\equiv a_{конт}(z)\bmod P_{конт}(z)$.

Если в кодовой комбинации $A(z)$ произошла ошибка, то результатом операции параллельной нулевизации $A^*(z)$ с использованием псевдоортогональных базисов $A_{ik}(z)$ будет отличный от нуля нормированный след:

$$(0,0,0,...,0,g_{конт}(z)), \quad (4)$$

где

$$g_{конт}(z)=(a_{конт}(z)-\sum_{i=1}^{k}g^i_{конт}(z))\bmod P_{конт}(z);$$

$$g^i_{конт}(z)\equiv B_i^*(z)\bmod P_{конт}(z);$$

$B_i^*(z)$ - ортогональный базис безизбыточной ПСКВ.

С другой стороны, согласно китайской теореме об остатках (КТО):

$$g_{конт}(z)=\sum_{j=k+1}^{k+r}g^j_{конт}(z)U_j(z)\bmod P_{конт}(z), \quad (5)$$

где $g^j_{конт}(z)\equiv g(z)\bmod p_j(z)$; $U_j(z)$ – ортогональный базис ПСКВ с основаниями $p_{k+1}(z),..., p_{k+r}(z)$.

Так как $g_{конт}(z)\neq 0$, то хотя бы один $g^j_{конт}(z)$ отличен от нуля. Таким образом, если в результате нулевизации $A^*(z)$ и псевдоортогональных базисов получен след полином:а

$$(0,\mathbf{K},0,g_{k+1}(z),...,g_{k+r}(z))\neq 0,$$

то полином - ошибочный.

Докажем теперь, что величина интервального номера $l_{инт}(z)$ определяется выражением (2). Пусть в результате процедуры нулевизации полинома $A^*(z)$ получим нормированный след:

$$g(z)=(0,0,0,...,0,g_{k+1}(z),g_{k+2}(z),...,g_{k+r}(z))$$

отличный от нуля. Известно

$$A^*(z)=A(z)+\Delta A_i(z), \quad (6)$$

где $\Delta A_i(z)=(\Delta a_i(z)B_i(z))\bmod P_{полн}(z)$;

$\Delta a_i(z)$ -глубина ошибки по i-ому основанию.

При этом:

$$\Delta A_i(z)=g(z)=(0,0,0,...,0,g_{k+1}(z)g_{k+2}(z),...,g_{k+r}(z))$$

Тогда на основании выражения (17) имеем:

$$l_{инт}(z)=\left[A^*(z)/P_{раб}(z)\right]= =\left[A(z)+\Delta A_i(z)/P_{раб}(z)\right]=\left[g(z)/P_{раб}(z)\right]. \quad (7)$$

Согласно КТО и с учетом:

$$a_i(z)=0, i=1,2,...,k,$$

имеем:

$$g(z)=(\sum_{j=k+1}^{k+r}g_j(z)B_j(z))\bmod P_{полн}(z). \quad (8)$$

Подставляем (8) в равенство (7) получаем:

$$l_{инт}(z)=\left[\sum_{j=k+1}^{k+r}g_j(z)B_j(z)\Big/P_{раб}(z)\right]. \quad (9)$$

Учитывая подобие ортогональных базисов и делимость без остатка ортогональных базисов контрольных оснований на рабочий диапазон, имеем: